1. Спонтанні та вимушені переходи. Коефіцієнти Ейнштейна.
2. Співвідношення між коефіцієнтами Ейнштейна та ймовірностями вимушеного й спонтанного випромінювання.
3. Квантово-механічний вираз коефіцієнта Ейнштейна для поглинання. Заборонені та дозволені переходи.
4. Коефіцієнти поглинання з урахуванням вимушених та спонтанних переходів. Поперечник поглинання.
5. Ефект насичення поглинання. Умова інверсії для дворівневої квантової системи.
6. Неоптичні (безвипромінювальні) переходи та їх залежність від температури середовища.
7. Трирівнева схема створення інверсії заселеностей.
8. Чотирирівнева схема створення інверсії заселеностей.
9. Електричне накачування як метод створення інверсії заселеностей у газових лазерах.
10. Типи лазерних резонаторів. Умова та діаграма стійкості для оптичного резонатора.
11. Моди пасивного плоскопаралельного резонатора. Наближена теорія Шавлова-Таунса.
12. Спектральна ширина моди пасивного резонатора.
13. Просторовий розподіл поля у відкритому резонаторі. Теорія Фокса і Лі.
14. Система швидкісних рівнянь одномодового лазера для інверсії та концентрації фотонів.
15. Порогові умови генерації лазера. Стаціонарний коефіцієнт підсилення.
16. Вихідна потужність лазера. Оптимальні корисні втрати лазерного резонатора.
17. Теоретична межа спектральної ширини випромінювання неперервного одномодового лазера та проблеми її реалізації.
18. Конкуренція мод. Причини виникнення багатомодової генерації.
19. Резонатори для одночастотної генерації та перебудови частоти лазера.
20. Перехідний процес встановлення стаціонарного режиму роботи лазера. Вільна генерація.
21. Лазери з модуляцією добротності резонатора. Методи модуляції добротності.
22. Режим генерації гігантських лазерних імпульсів. Зв'язок між параметрами резонатора, тривалістю та амплітудою імпульсів.
23. Лазери із синхронізацією мод.
24. Нелінійна поляризація середовища в зовнішньому електромагнітному полі. Породження нових спектральних компонент.
25. Хвильове рівняння для "нелінійного" середовища у наближенні повільно змінних амплітуд.
26. Генерація другої оптичної гармоніки. Умова фазового синхронізму.

45.Спонтанні та вимушені переходи. Коефіцієнти Ейнштейна, співвідношення між ними.

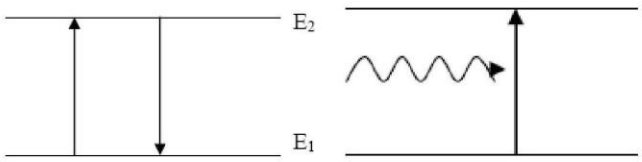
Нехай ми маємо дворівневу енергетичну систему. В такій системі можливі переходи з одного рівня наінший. Існують два типа переходів. **Спонтанний перехід** – це перехід системи з одного енергетичного рівня на інший при відсутності дії зовнішніх сил. **Вимушений перехід** – це перехід системи з одного енергетичного рівня на інший під дією зовнішніх сил.Вимушений перехід можливий після поглинання системою фотона.**Поглинання** – перехід системи в збуджений стан при поглинанні фотона.Візьмемо деякий об'єм V (нехай одиничний). Нехай кількість частинок в об'ємі $n=n_1+n_2$, де n_1, n_2 –кількість частинок на 1 та 2рівнях. Кількість спонтанних переходів частинок $Z_{21}c=A_{21}n_2$, де A_{21}-коефіцієнтЕйнштейна для спонтанного випромінювання $[\mathbf{A_{21}}]=[Z_{21}^c/n_2]=[(c*m^3)/(1/m^3)]=[1/c]$.

Фізичний зміст: ймовірність переходу за 1 часу. Коефіцієнт Ейнштейна для спонтанного випромінювання – величина обернена до середнього часу життя частинки на збудженому рівні ($A_{21}=1/\tau_c$).Кількість вимушених переходів частинок під час поглинання: $Z_{12}^п=B_{12}n_1\rho_\upsilon$, де ρ_υ – спектральна об'ємна густина, B^{12} - коефіцієнт Ейнштейна для поглинання $[\mathbf{B_{12}}]=[Z_{21}п/n1\rho_\upsilon]=[1/c*m^3/(Дж*c)]=[m^3/(Дж*c^2)]$.

Можна ввести: $B_{12}\rho_\upsilon=1/\tau_п$.

Коефіцієнт Ейнштейна для вимушеного випромінювання $Z_{21}^в=B_{21}n_2\rho_\upsilon$, $[\mathbf{B_{21}}]=[Z_{12}^в/n_2\rho_\upsilon]=[1/c*m^3/(Дж*c)]=[m^3/(Дж*c^2)]$.

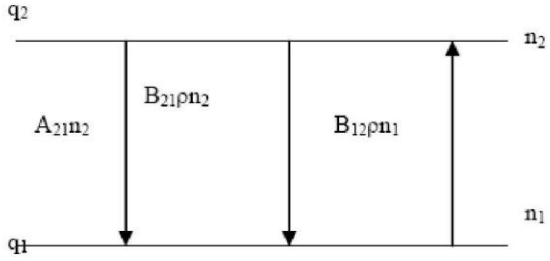
Можемо ввести деякий час$B_{21}\rho_\upsilon=1/\tau_в$, де $\tau_в$ – час життя частинки на



верхньому рівні, якщо знехтувати спонтанними процесами.

Якщо підсумуємо спонтанні та вимушені переходи з рівня 2 на 1, то $Z_{21}=Z_{21}^в+Z_{21}^c$,тоді можемо записати $Z_{21}/n_2=(A_{21}n_2+B_{21}n_2\rho_\upsilon)/n_2$, або $1/\tau=1/\tau_c+1/\tau_c$(але користуватися часами не настільки легко, як коефіцієнтами Ейнштейна).

Співвідношення між коефіцієнтами Ейнштейна. Розглянемо стан термодинамічної рівноваги $Z_{21}dt=Z_{12}dt$
переписавши цей вираз через коефіцієнти Ейнштейна $A_{21}n_2+ B_{21}n_2\rho= B_{12}n1\rho$, визначимо звідси
$\rho = A_{21}n_2/(B_{12}n_1- B_{21}n_2)= A_{21}/(B_{12}n_1/ n_2- B_{21})$.
Запишемо розподіл Больцмана (він виконується коли система знаходиться в термодинамічній рівновазі). Введемо статистичні ваги (або виродження) q_1 та q_2.
$n_1/n_2=q_1/q_2\exp[(E_2-E_1)/kT]= q_1/q_2\exp[h\upsilon_{12}/kT]$, підставимо це в вираз для ρ, тоді $\boldsymbol{\rho}=A_{21}/(B_{12}*(q_1/q_2\exp[h\upsilon_{12}/kT])- B_{21})=$/з формули Планка/$= (8\pi h\upsilon^3/c^3)*(\exp[h\upsilon 12/kT]-1)^{-1}$.
Формула повинна бути справедлива для будь-яких Т , тому
$B_{12}*q_1/q_2- B_{21}=0$,
отже $\mathbf{B_{21}=B_{12}*q_1/q_2}$,
Якщо покласти $q_1=q_2$, то $B_{21}=B_{12}$.
$A_{21}/(B_{12}*(q_1/q_2\exp[h\upsilon_{12}/kT])- B_{12}*q_1/q_2)= (8\pi h\upsilon^3/c^3)*(\exp[h\upsilon_{12}/kT]-1)^{-1}$, тоді $\mathbf{A_{21}=(8\pi h\upsilon^3/c^3)*q_1/q_2* B_{12}}$.
Тут дуже важливим є те, що $A\sim \upsilon^3$, тому у видимому діапазоні А велике (а τ мале)



На графіку 1 - відпов. певна темп-ра.
Нехай $T = 300\,K$; $\lambda = 50$ мкм

Якщо $\lambda \gg 50$ мкм $B_{21}\rho \gg A_{21}$
В радіодіапазоні спонтанним випром. можна знехтувати.

Якщо $\lambda \ll 50$ мкм $B_{21}\rho \ll A_{21}$ - навпаки.

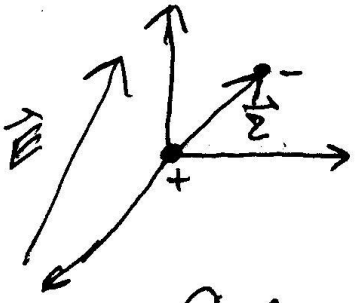
Нехай $\lambda = 0{,}5$ мкм $\Rightarrow \frac{h\nu}{kT} = 100$, тоді

$\overline{m} = 3{,}7 \cdot 10^{-44}$

Тоді вимум. випром нехтуємов оптичному діапазоні.

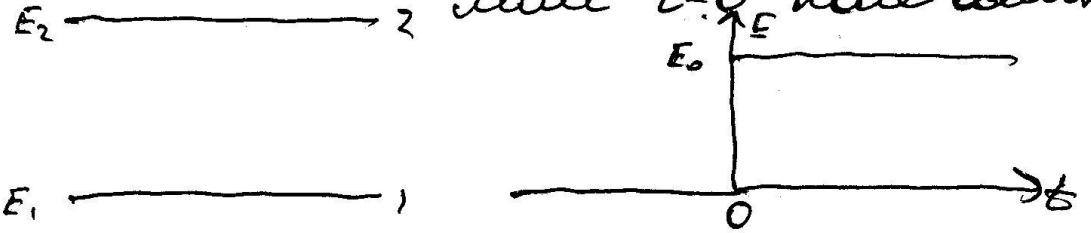
Квантовомеханічні вирази коеф. Ейнштейна

Візьмемо розрідж. атомарний газ і вваж. атоми одноелектронними.



Ми повинні діяти на систему. $\exists$ поле $\vec{E}$
Нас цікавить вел. B_{21}.
Але простіше розгл. зад. для поглинання B_{12}.

Є два рівні, і в поч. мом. поля не існувало. До $t=0$ поля не було в мом $t=0$ поле ввімкнули.



Система є диполем, яка характ. дипольним моментом. $\vec{d} = -e\vec{r}$

"-" пов'яз з вибором сис-ми координат

Енергія взаємодії: (як оператор)

$$\hat{V} = -\vec{d}\vec{E} = e\vec{\Sigma}\vec{E}$$

При $t<0$ був оператор $\hat{H}_0$ (без поля $\vec{E}$) і хв. ф-я Ψ_0.

$$\hat{H}_0 \Psi_0 = i\hbar \frac{\partial \Psi_0}{\partial t}$$

Осн. атом дворівневий, тоді

$$\Psi_0 = C_1 \Phi_1 + C_2 \Phi_2$$

$$\Phi_1 = \varphi_1(\vec{r}) \exp\left[\frac{E_1 t}{i\hbar}\right] \quad \text{Осн. } \hat{H}_0 \neq f(t)$$

$\hat{H}_0 \varphi_1 = E_1 \varphi_1$, аналогічно до Φ_2

$$\Phi_2 = \varphi_2(\vec{r}) \exp\left[\frac{E_2 t}{i\hbar}\right]$$

$\hat{H}_0 \varphi_2 = E_2 \varphi_2 \longrightarrow$ р-ня на вл. значення

Коли поле ввімкнули:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$$

Використ. теорію збурень.

Припустимо, що ф-я Ψ, яка буде, має вигляд: $\Psi = C_1(t)\Phi_1 + C_2(t)\Phi_2$

Р-ня Шредінгера:

$$\hat{H}\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

$C_1(t) = 1 + C_1^{(1)}$ ← деяка добавка

$C_2(t) = 0 + C_2^{(1)}$

$$\Psi = \Phi_1 + C_1^{(1)}\Phi_1 + C_2^{(1)}\Phi_2$$

Підставимо ф-ю Ψ в р-ня Шредінгера:

3 Продовження частина
3

$$\hat{H}_0\Phi_1 + C_1^{(1)}\hat{H}_0\Phi_1 + C_2^{(1)}\hat{H}_0\Phi_2 +$$
$$+\hat{V}\Phi_1 + C_1^{(1)}\hat{V}\Phi_1 + C_2^{(1)}\hat{V}\Phi_2 = \cancel{i\hbar\left(\frac{\partial\Phi_1}{\partial t} + C_1^{(1)}\dot{\Phi}_1\right.}$$

$$= i\hbar\left(\dot{\Phi}_1 + \dot{C}_1^{(1)}\Phi_1 + C_1^{(1)}\dot{\Phi}_1 + \dot{C}_2^{(1)}\Phi_2 + C_2^{(1)}\dot{\Phi}_2\right)$$

Φ_1 – розв. не збуреного р-ня, як і Φ_2
Підкреслені члени рівні

Домножимо на $\int_V \Phi_2^* dV$

$$\int_V \Phi_2^*\hat{V}\Phi_1 dV + C_1^{(1)}\int_V \Phi_2^*\hat{V}\Phi_1 dV + C_2^{(1)}\int_V \Phi_2^*\hat{V}\Phi_2 dV =$$
$$= \left[\dot{C}_1^{(1)}\underbrace{\int_V \Phi_2^*\Phi_1 dV}_{0} + \dot{C}_2^{(1)}\underbrace{\int_V \Phi_2^*\Phi_2 dV}_{1}\right] i\hbar$$

оск. ф-я ортонормована і нормована

$C^{(1)}\int \Phi_2^*\hat{V}\Phi_1 dV$ – має дати вел. ~ квадрату поля, оск поле мале то цим членом нехтуємо. Аналогічно і $C_2^{(1)}\int_V \Phi_2^*\hat{V}\Phi_2 dV$.

Маємо р-ня для $C_2^{(1)}$:

$$\dot{C}_2^{(1)} = \frac{1}{i\hbar}\int_V \Phi_2^*\hat{V}\Phi_1 dV; \quad \hat{V} = e\vec{E}\vec{r}$$

$$C_2^{(1)} = \frac{e}{i\hbar}\int_0^t\int_V \Phi_2^*\vec{E}\vec{r}\Phi_1 dV dt$$

Запишемо поле у вигляді

$$\vec{E} = \frac{1}{2}\vec{E}_0\left[e^{-i\omega_{12}t} + e^{i\omega_{12}t}\right]$$

$\sqrt{-1} = i$

$$C_2^{(1)} = \frac{e\vec{E}_0}{2i\hbar}\int_0^t\int_V \varphi_2^*\vec{r}\varphi_1 e^{\frac{E_1 t}{i\hbar}} e^{-\frac{E_2 t}{i\hbar}}\left[e^{-i\omega_{12}t} + e^{i\omega_{12}t}\right] dV dt$$

3 Продовження частина 4

$$e^{\frac{E_1 t}{i\hbar}} e^{-\frac{E_2 t}{i\hbar}} = e^{i\omega_{12} t}$$

$$C_2^{(1)} = \frac{e\vec{E}_0}{2i\hbar} \int_0^t \int \varphi_2^* \vec{r} \varphi_1 \left[1 + \cancel{e^{2i\omega_{12} t}}\right] dV dt$$

Нехтуємо порівняно із постійним членом

Введемо позначення:

$$\boxed{\int_V \varphi_2^* \vec{r} \varphi_1 dV = \vec{r}_{21}}$$

Матричний елем. переходу

$$C_2^{(1)} = \frac{e\vec{E}_0}{2i\hbar} \vec{r}_{21} t$$

$|i| = 1$

$i = 0 + i$

$C_2^{(1)}$ описує імов. переходу:

$$|C_2^{(1)}|^2 = \frac{e^2 E_0^2}{4\hbar^2} \underbrace{\cos^2\theta}_{\frac{1}{3}} |r_{21}|^2 t^2$$

оск. взяли скалярний добуток $\vec{E}_0 \vec{r}_{21}$

$$\overline{|C_2^{(1)}|^2} = \frac{e^2 E_0^2}{12\hbar} |\vec{r}_{21}|^2 t^2$$

$$B_{12} \rho = \frac{\overline{|C_2^{(1)}|^2}}{t}$$

$$B_{12} = \frac{\overline{|C_2^{(1)}|^2}}{\rho t}$$

ρ - об'ємна спектральна густина енергії.

$$\rho = \frac{\frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2}{\Delta\nu}$$

ен-я хв. в 1 одиниці об'єму

смуга частот в якій ∃ випром.

Виконаємо перетвор Фур'є

$$E_\omega = \int_0^t E e^{i\omega t} dt$$

$$|E_\omega|^2 = E_0 \frac{\sin^2 \frac{\Delta\omega t}{2}}{\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right)^2}$$

$\frac{1 - \sin}{2}$

3 Продовження частина
5



$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{t} \Rightarrow \Delta\nu = \frac{1}{t}$$

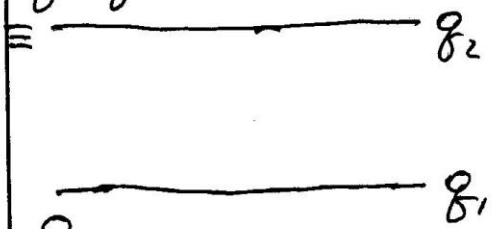
Підставимо все куди треба (4):

$$B_{12} = \frac{e^2}{6\varepsilon_0\hbar^2}|\vec{r}_{12}|^2$$

$$\vec{r}_{12}^{\,*} = \vec{r}_{21}$$

$$|\vec{r}_{12}|^2 = |\vec{r}_{21}|^2$$

Виродження рівнів однакове
$q_1 = q_2 = 1$



Якщо $q_1 \neq q_2 \neq 1$, тоді B_{12} домножаємо на q_2

$$B_{12} = q_2\frac{e^2}{6\varepsilon_0\hbar^2}|\vec{r}_{12}|^2 \Rightarrow B_{21}, A_{21} \text{ за ф-лами}$$

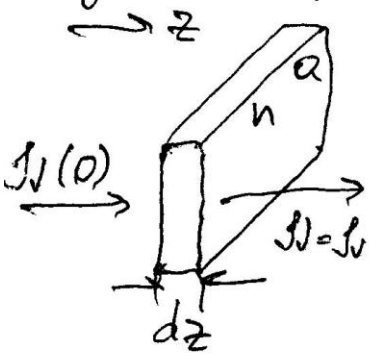
Парність і непарність r_{21} визнач. кв. числами $\Rightarrow$ правила відбору

4 частина

1

Коеф. поглин. з урах. вимін. с. енергії переходів.

Розгл. мікрооб'єм



a - площа

$dV = a\,dz$

Вважаємо, що частинки мають 2 рівні

$J = J(0) + \frac{dJ}{dz}dz$

n_2, E_2

$n_1 + n_2 = n$ - концентр у мікрообємі

n_1, E_1

Спрямуємо на нього пучок світла

$[J] = [Вт/м^2]$ інтенсивність

нам не підходить це вим. для осц-ки пучка, оск. тут нема частот, а ми досл. спектр.

$[J_\nu] = [\frac{Вт}{м^2 Гц}]$ $\quad J = \int J_\nu dV$

$J = J(0) + \frac{dJ}{dz}dz$ зміна густини інтен на виході

Запишемо енергію, яка втрачається в даному об'ємі

$dE(dV, dt, d\nu) =$ надійшло − вийшло =

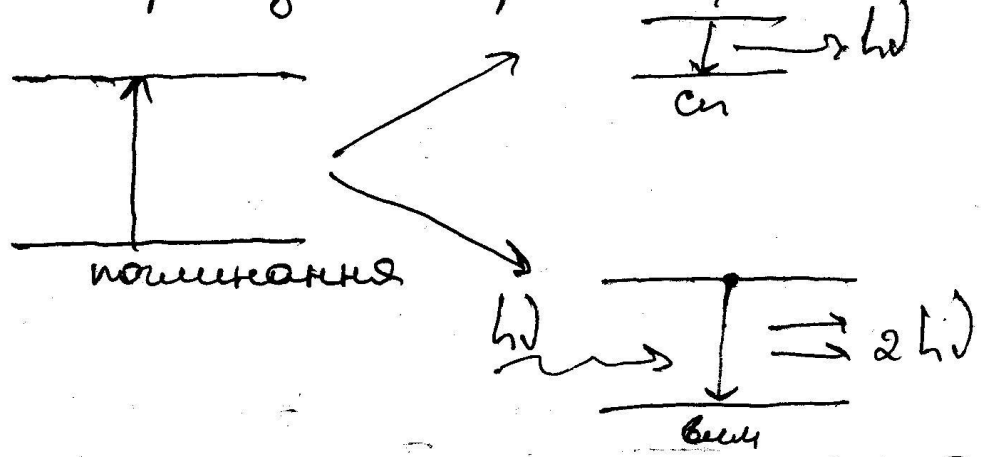
$= \left(J(0) - J(0) - \frac{dJ}{dz}dz\right) a\,dt\,d\nu$ (=)

Запишемо ен-ю через коеф Ейнштейна

(=) $-\frac{dJ}{dz}dz\,dV\,dt\,d\nu$

$dz\,a$

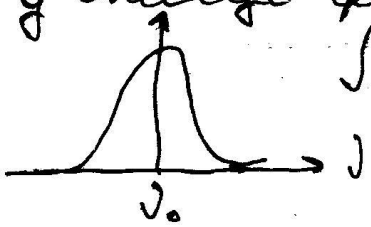
Розглянемо втрати, як відбувається перехід на верхній рівень.



Врах. к-ть спонтанних переходів

$$dE = n_2 A_{21} dt \cdot dV \cdot h\nu g(\nu) d\nu$$

Ф-я $g(\nu)$ – нормований форм-фактор (контур) спектр. лінії.
В спектрі ми бачимо лінії, які мають певну ширину, ця ф-я g описує форму лінії



$\int g d\nu = 1$ умова нормування.

Розширення вивчає як атоми мають свою певну резон. частоту, атоми не ідентичні.

Перейдемо від $A_{21} \to B_{12}; B_{21}$
Врах. $n_2 A_{21}$ у нас стаціон ситуація і насиченості не змін:

$$n_2 A_{21} + n_2 B_{21} \rho = n_1 B_{12} \rho$$

$$B_{21} = \frac{g_1}{g_2} B_{12}; \quad \rho = \frac{J}{c}$$



→ довж. об'єму

$\rho \cdot c = J$ – тоді Дос переходить у Вт.

$$\boxed{\frac{dJ}{dz} = -\left(n_1 - n_2 \frac{g_1}{g_2}\right) B_{12} \frac{h\nu}{c} g J} \quad K_J$$

Прирівняємо ф-ли для dE

n_1 і n_2 теж залежать від J

Розгл. випадки:

$J \to 0$

$n_2 \to 0$

$n_1 = n - n_2 \simeq n$, тоді

$$\frac{dJ}{dz} = -n B_{12} \frac{h\nu}{c} g J$$

K_J

$J = J(0) e^{-K_J z}$ → Описує прох. пучка в лін наближенні

K_J – коеф. поглинання (показник погл.)

$[K_J] = \left[\frac{1}{м}\right]$

$\sigma = \frac{K_J}{n}$ Часто корист. такими виразами.

$[\sigma] = [м^2]$ Площа (ефективна) Площа де атом фотонам не пропускає.

$\sigma \simeq \frac{\lambda^2}{4}$

Визначимо n_1 і n_2:

$$\begin{cases} n_1 + n_2 = n \\ A_{21} n_2 + B_{21} n_2 \rho = B_{12} n_1 \rho \\ \rho = \frac{J}{c} \end{cases}$$

$$B_{21} g_2 = g_1 B_{12}$$

$$n_2 = n \frac{B_{12} \frac{J}{c}}{A_{21} + \left(1 + \frac{g_1}{g_2}\right) B_{12} \frac{J}{c}}$$

Знайдемо залежність $n = f(J)$

$$n_2(J \to \infty) = \frac{n}{1 + \frac{g_1}{g_2}} = n \frac{g_2}{g_1 + g_2}$$

Якщо $g_1 = g_2 = 1$, то $n_2 = \frac{1}{2} n$

Відобразивши рівняння населеності,

$n_1 = n - n_2$, тоді

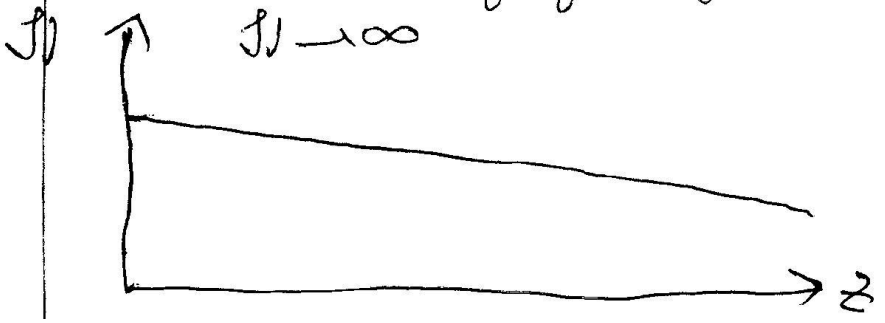
$$\frac{dJ}{dz} = -\left(n \frac{A_{21}}{A_{21} + \left(1 + \frac{g_1}{g_2}\right) B_{12} \frac{J}{c}}\right) B_{12} \frac{h\nu}{c} g J$$

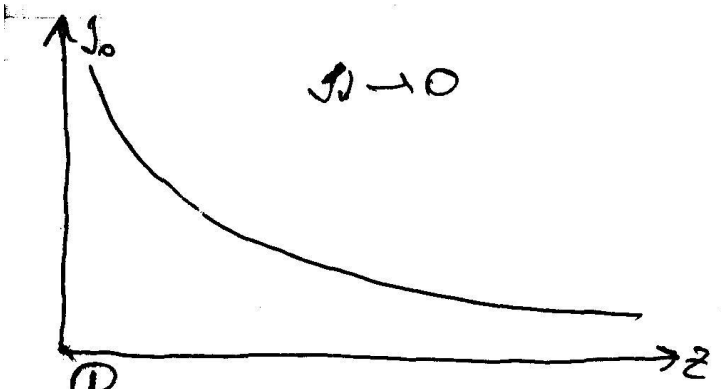
якщо $J \to \infty$ (Ефект просвітлення)

Тоді отр.

$$\frac{dJ}{dz} = -n \frac{g_2}{g_1 + g_2} A_{21} g \cdot h\nu$$

$$J = J(0) - n \frac{g_2}{g_1 + g_2} A_{21} g h\nu z$$



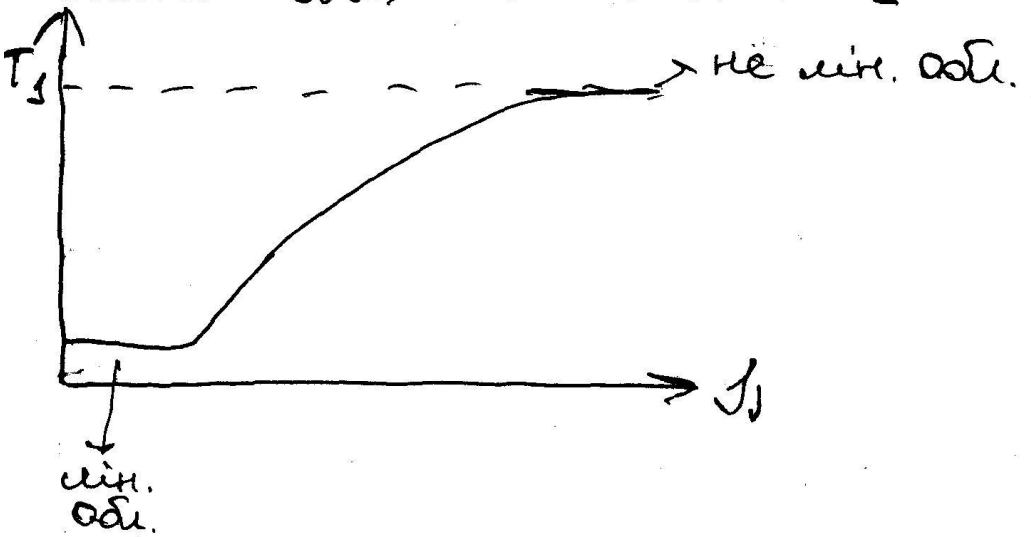


Розм. пропускання:

$$T = \frac{J_{вих}}{J_{вх}}$$

$$T = 1 - \frac{1}{JJ(0)} \ln\left(\frac{g_2}{g_1 + g_2}\right) A_{21} g \, h\nu \, z$$

Коли $JJ(0) \to \infty$ то $T \to 1$



Розм. абсолютні втрати:

$$K_J = \left(n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2\right) B_{12} \frac{h\nu}{c} g \quad /* \; J_J = JJ(0) \exp[-K_J z] \; */$$

Цей коеф. може змінн знак. Поясн. буде коли $K_J > 0$. Якщо $K_J < 0$, то буде підсилення пучка.

Використовуючи вираз $K_1 < 0$ маємо умову підсилення:

$$\frac{n_2}{g_2} > \frac{n_1}{g_1}$$

Так реалізується інверсія (стан інверсії).

Ми маємо дворівневу сис-му:



ρ - пучок.

Чи можна досяг. інверсію під дією пучка ρ?

$B_{12}\rho n_1 = B_{21}\rho n_2 + A_{21} n_2$

якщо $\rho \to \infty$, то $A_2 n_2$ нехтуємо

$$B_{12} n_1 = B_{21} n_2$$

$$B_{12} n_1 = B_{12} \frac{g_1}{g_2} n_2$$

$$\frac{n_1}{g_1} = \frac{n_2}{g_2}$$

Отже, маємо вираз для інверсії, але зі знаком рівності. В дворівневій сис-мі ми можемо досягти цієї рівності.

46. Поглинання світла дворівневою квантовою системою. Ефект насичення поглинання.

Розглядаємо дворівневу систему. Коефіцієнт поглинання **kυ~(n1-n2)** Для системи, що знаходиться в стані рівноваги

$$\begin{cases} n_2(A+B\rho)=n_1B \\ n_1+n_2=n; \end{cases}$$

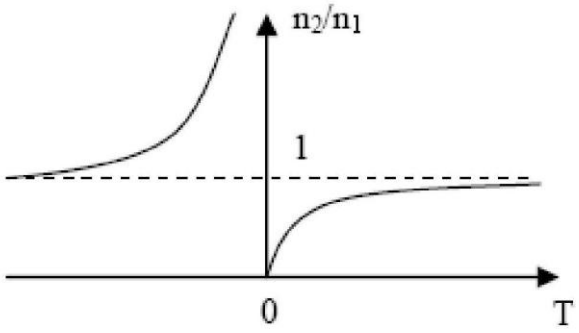


$n_1=n-n_2$, тоді $n_2(A+B\rho)=nB\rho-n_2B\rho$, звідси $n2=nB\rho/(A+2B\rho)$ отже $n_1-n_2=n-2n_2=nA/(A+2B\rho)$, інтенсивність $I=\rho c$, отримаємо $n_1-n_2= nA/(A+2BI/c)$

Ми мали $\approx\partial I/\partial z= -(n1-n2)B\ h\upsilon\ g\ I/c$ (коли розглядали коефіцієнт поглинання з урахуванням вимушених та спонтанних переходів), тоді з урахуванням попередньої формули матимемо

dI/dz= -nA/(A+2BI/c) B hυ/c g I,

також маємо $\partial I/\partial z=-k\upsilon I$, тоді 1) $I\to 0$, $k\upsilon= n\ B\ h\upsilon/c\ g$, 2) $I\to\infty$, $2BI/c>>A$; $dI/dz= - ½\ nA\ h\upsilon\ g$, тоді $I=I0- ½\ nA\ h\upsilon\ g\ z$ Коефіцієнт пропускання $T=I/I0=1- nA\ h\upsilon\ g\ z/I0 \to 1$ $k\upsilon =(n1-n2*q1/q2)B\ g\ h\upsilon/c$, якщо $n1-n_2*q1/q2<0$, то $k\upsilon<0$ Якщо система знаходиться в стані термодинамічної рівноваги, то $n1/n2=q1/q2\ \exp(-h\upsilon/\kappa Tc)$, де $Tc=- h\upsilon/(\kappa \ln(q1n2/q2n1))$, тут видно, що від'ємна температура відповідає умові інверсії (тобто коли кількість електронів на збудженому рівні більша за кількість електронів на основному рівні).



Використовуючи вираз $K_3 < 0$ маємо умову підсилення:

$$\frac{n_2}{g_2} > \frac{n_1}{g_1}$$

Так реалізується інверсія (стан інверсії).

Ми маємо дворівневу сис-му:



ρ - пучок.

Чи можна досяг. інверсію під дією пучка ρ?

$B_{12}\rho n_1 = B_{21}\rho n_2 + A_{21} n_2$

якщо $\rho \to \infty$, то $A_2 n_2$ нехтуємо

$$B_{12} n_1 = B_{21} n_2$$

$$B_{12} n_1 = B_{12} \frac{g_1}{g_2} n_2$$

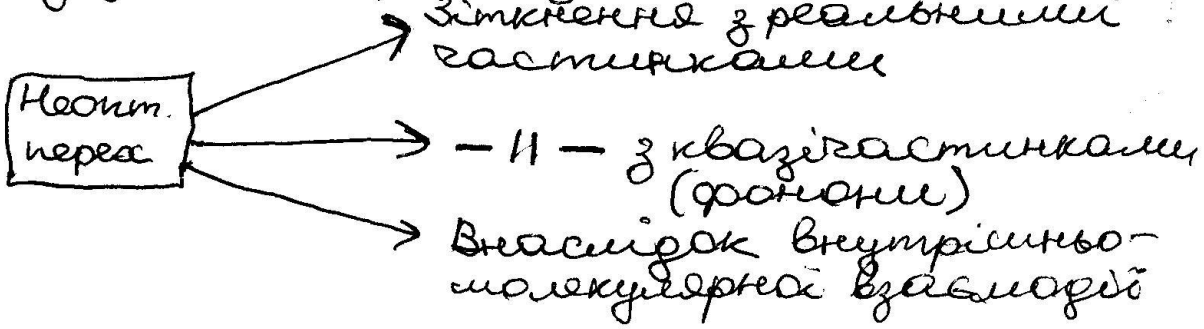
$$\frac{n_1}{g_1} = \frac{n_2}{g_2}$$

Отже, маємо вираз для інверсії, але зі знаком рівності. В дворівневій сис-мі ми можемо досягти лише рівності.

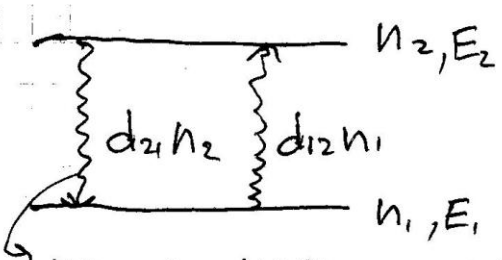
Неоптичні переходи

Переходи поч., випр., спонтанне відбув. під дією фотонів, вони оптичні.

Під дією чого реалізується неоптичні переходи:



6 Продовження частина 2



d_{21} – характерний коеф. переходу

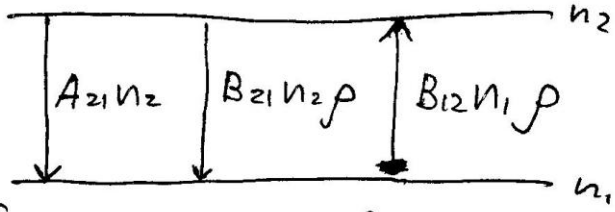
$d_{21} n_2$ – к-ть перех. за од. часу в од. об'єму

позначає неопт. переходів

$d_{12} n_1$ – зворотній процес

Проведемо аналогію з коеф. Ейнштейна

Паралельно цим процесам можуть йти й оптичні процеси:



Прирівняємо всі процеси:

$$A_{21} n_2 + B_{21} n_2 \rho + d_{21} n_2 = B_{12} n_1 \rho + d_{12} n_1$$ → Стан термодинам рівноваги

Доведено, що рівновага наступає окремо для опт. і неопт. процесів. (Принцип детальної термодинам. рівноваги)

Тоді в стані т/д р-ги маємо:

$$d_{21} n_2 = d_{12} n_1$$

$$\frac{d_{12}}{d_{21}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{q_2 \exp\left[-\frac{E_2}{kT}\right]}{q_1 \exp\left[-E_1/kT\right]} = \frac{q_2}{q_1} \exp\left[-\frac{h\nu_{12}}{kT}\right]$$

$$\frac{d_{12}}{d_{21}} = \frac{q_2}{q_1} \exp\left[-\frac{h\nu_{12}}{kT}\right]$$

Якщо $T \to \infty$:

$$\frac{d_{12}}{d_{21}} = \frac{q_2}{q_1}$$

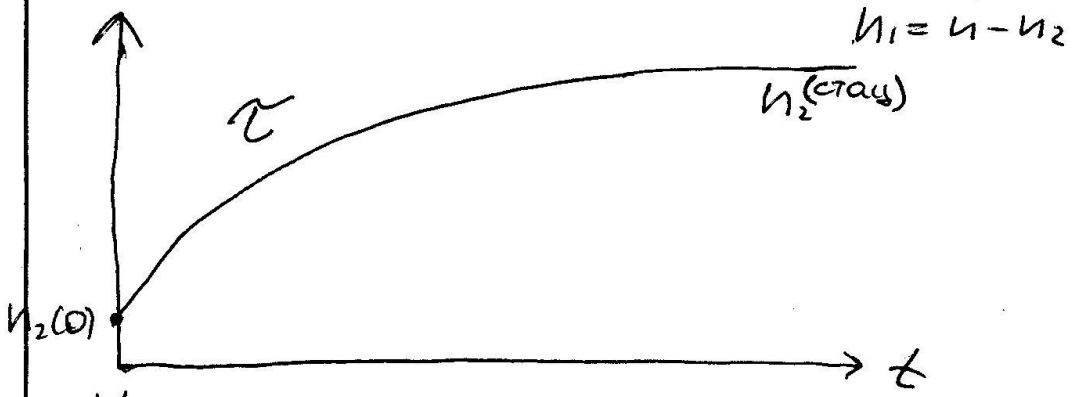
– " – $T \to 0$: $\frac{d_{12}}{d_{21}} \to 0 \Rightarrow d_{12} \to 0$ → Процеси знизу-вгору зникають

Нехай, $T \neq 0$ і $T \neq \infty$, тоді при цих умовах вик. співвідн $h\nu \gg kT$, тоді знову маємо те, що $d_{12} \approx 0$, і $d_{21} \gg d_{12}$. - спрощення вихідного рівня. Тобто є лише процес $d_{21} \gg d_{12}$ ↗

Якщо немає т/д р-ги, то:

$$\frac{dn_2}{dt} = -(A_{21} n_2 + B_{21} n_2 \rho + d_{21} n_2) + B_{12} n_1 \rho + d_{12} n_1$$

$$n_1 = n - n_2$$



Нехай, $\rho = \rho_{нак} + \rho_{теп}$, тоді

$$\boxed{n_2 = n_2^{(стац)} - (n_2^{(стац)} - n_2(0))\, e^{-t/\tau}}$$

$$\tau = \frac{1}{A_{21} + B_{12}\rho + B_{21}\rho + d_{21} + d_{12}}$$

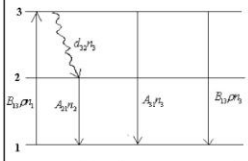
$$n_2^{(стац)} = \frac{B_{12}\rho + d_{12}}{A_{21} + B_{12}\rho + B_{21}\rho + d_{21} + d_{12}}\, n$$

47. Трирівнева схема створення інверсії населеності квантових рівнів.

Схема функціювання трьохрівневої схеми



Накачка такого лазера здійснюється з 1 на 3 рівень, далі йде безвипромінювальний перехід з 3 на 2, і з 2 відбувається перехід 2-1 з випромінюванням, для того щоб все це ефективно функціонувало потрібно, щоб час життя на 3 рівні був значно менший ніж на 2 (метастабільний), тоді можна створити значну інверсію. Типовий представник – рубіновий лазер. Дуже суттєвим є безвипромінювальний перехід 3-2 якщо різниця енергій між цими рівнями порядку kT, то передача енергії відбувається ефективно. Якщо ж різниця між ними суттєво більше kT, то в процесі передачі беруть участь фонони в результаті чого тверде тіло розігрівається а ефективність накачки падає. Для стаціонарної генерації важлива потужність накачки ($B_{13}\rho_{13}$) необхідна для підтримання інверсної заселеності. Її необхідну потужність можна оцінити виходячи з часу життя метастабільного рівня (2). Вимогою для підтримки є виконання нерівності $B_{13}\rho_{13}>A_{21}$ (А-число спонтанних випромінювань).Потужність вимушеного випромінювання рівна різниці між потужністю накачки і її пороговим значенням з врахуванням безвипромінювальних втрат в каналі накачування. Чим більше потужність накачки тим більша інверсна заселеність і тим потужніше випромінювання.



Маємо три рівні = 15 процесів. Суть: перевести систему на верхній рівень, потім відбувається швидка релаксація, потім створюємо інверсію. Розглянемо тільки 5 процесів. Релаксація за рахунок за рахунок взаємодії з граткою. Вважатимемо, що генерації нема, тоді можна не враховувати вимуш. випромінювання 21, але повинні врахувати процес A_{31}, який є небажаним.

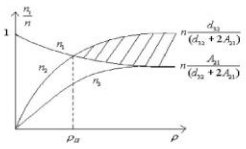
$$\begin{cases} dn/dt = B_{13}n_1 - B_{13}n_3 - A_{31}n_3 - d_{32}n_3 = 0 \\ dn_2/dt = d_{32}n_3 - A_{21}n_2 = 0 \\ \frac{dn_1}{dt} = \frac{d(n_1-n_2-n_3)}{dt} = -\frac{dn_2}{dt} - \frac{dn_3}{dt} \end{cases}$$

Розглянемо випадок, коли $\rho\to\infty$. Нам треба розгяд стац. рівняння. Система диф. рівнянь – кінетичні рівняння. **Система** алгебр. рівнянь($\frac{dn_{3,2}}{dt}=0$)- балансні рівняння. Розглядаємо алгебр. рівняння :

$n_1 \rangle n_3$, при $\rho\to\infty$,

$d_{32}n_1=A_{21}n_2$, $n_2= n-n_1-n_3$, $d_{32}n_1=A_{21}(n-2n)$

$$n_2=\frac{d_{32}n}{d_{32}+2A_{21}};\quad n_1=n\frac{A_{21}}{d_{32}+A_{21}}=n_3$$



Інверсія $n_2 \rangle n_1$ в заштрихованій області, за умов, що $n\frac{d_{32}}{d_{32}+2A_{21}}\rangle n\frac{A_{21}}{d_{32}+2A_{21}}$;

$d_{32}\rangle A_{21}$ – умова інверсії;

$\Delta\max=(n_2-n_1)_{\max}=\frac{d_{32}-A_{21}}{d_{32}+2A_{21}}$.

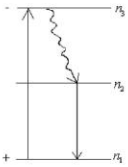
Знайдемо $\rho_{\text{порогове}}$: $n_1=n_2$;

$$n_3=\frac{A_{21}n_2}{d_{32}};\quad B_{13}\rho n_1=B_{12}\rho\frac{A_{21}}{d_{32}}n_2+A_{31}\frac{A_{21}}{d_{32}}n_2+d_{32}\frac{A_{21}}{d_{32}}n_2;\quad \frac{n_1}{n_2}=1;$$

$$\rho_{\text{порогове}}=\frac{A_{21}(A_{31}+d_{32})}{B_{13}(d_{32}-A_{21})};$$ Щоб $\rho_n^{(\text{пор})}$ не було від'ємне :

1) $d_{32}\rangle\rangle A_{21}$ релаксація з 2 на 3 має відбуватись набагато швидше, ніж спонтанне спустошення рівня 2
2) $B_{13}\uparrow$- коефіцієнт поглинання ($k_v\uparrow$) має бути великим.
3) $A_{21}\downarrow$-якнайменшим.

Щоб було велике поглинання цей перехід повинен бути дозволеним, отже повинна бути парність.



Цей лазерний перехід заборонений, набагато легше створити інверсію. Коли ми досягаємо порогової генерації, то заселеності рівнів рівні між собою ($n_1=n_2$),

$n_3\approx 0$ –швидка релаксація на рівень 2.

Недоліки: 1) треба закинути багато частинок і підтримувати заселеність рівня.

Створення інверсії населеності:

$$n_2^{(cm)}=n\frac{B_{12}\rho+d_{12}}{B_{12}\rho+B_{21}\rho+A_{21}+d_{12}+d_{21}};\qquad \rho\to\infty$$

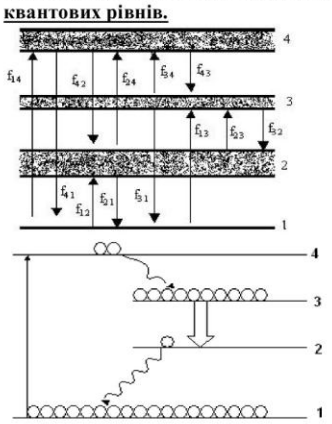
$$\frac{B_{12}}{B_{12}+B_{21}}n-\frac{1}{2}n;$$

$$k_v=-(n_1-n_2)B\frac{hc}{e}g;$$

Аміачний лазер(NH_3) працює за дворівневою схемою.

$n_2^{cm}=\frac{1}{2}n$

48. Чотирирівнева схема створення інверсії населеності квантових рівнів.



За допомогою накачування частинки з основного стану 1, збуджуються на рівень 4. Кінетичні рівняння:

$$\frac{dn_4}{dt} = B_{14}\rho_{\nu}n_1 - B_{14}\rho_{\nu}n_4 - A_{41}n_4 - d_{43}n_4$$

$$\frac{dn_3}{dt} = -A_{32}n_3 + d_{43}n_4$$

$$\frac{dn_2}{dt} = A_{32}n_3 - d_{21}n_2$$

$$\frac{dn_1}{dt} = -B_{14}\rho_{\nu}n_1 + B_{14}\rho_{\nu}n_4 + A_{41}n_4 + d_{21}n_2$$

Розглядаємо стаціонарний випадок і те, що $\rho \to \infty$, маємо:

Потім з великою імовірністю безвипромінювального переходу квантові частинки переходять на метастабільний стан 3. Переходи частинок з 3 в 2 дають люмінесценцію або, якщо створені необхідні умови, індуковане випромінювання. І нарешті, в результаті безвипромінювального переходу з 2 в 1, квантові частинки повертаються на основний стан 1. Отже, якщо робоче тіло підібране так, щоб $h\nu_{12} >> kT$, то n_2 при термодинамічній рівновазі дуже мале:

$$n_4 = \frac{A_{32}}{d_{43}}n_3$$

$$n_2 = \frac{A_{32}}{d_{21}}n_3$$

$$n_1 = n_4$$

$$n = n_1 + n_2 + n_3 + n_4$$

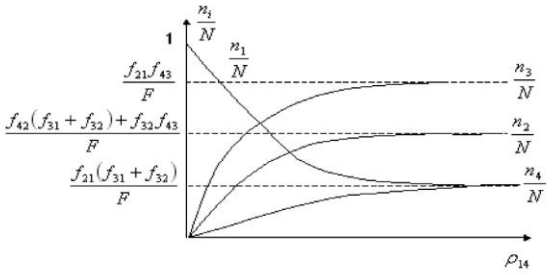
$$\frac{n_3}{n} = (2\frac{A_{23}}{d_{43}} + \frac{A_{23}}{d_{21}} + 1)^{-1} = 1/F$$

$$\frac{n_1}{n} = \frac{n_4}{n} = \frac{A_{32}}{d_{43}} * 1/F$$

$$\frac{n_2}{n} = \frac{A_{32}}{d_{21}} * 1/F$$

$n_2 = N\exp(-E_2/kT)$ накопичуватись.

Схема безпорогова. $d_{43} >> A_{32}$ Коли температура вище нуля то з'являється поріг!



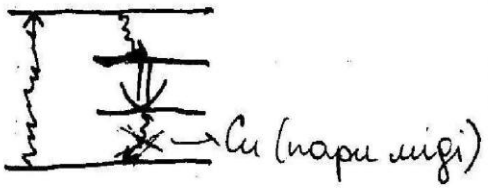
Тому в такій системі порівняно з трирівневою схемою, відносно легко отримати інверсний стан, оскільки досить загнати на рівень 3 незначну частину квантових частинок, як мив же отримаємо інверсний стан, тому що рівень 2 практично вільний.

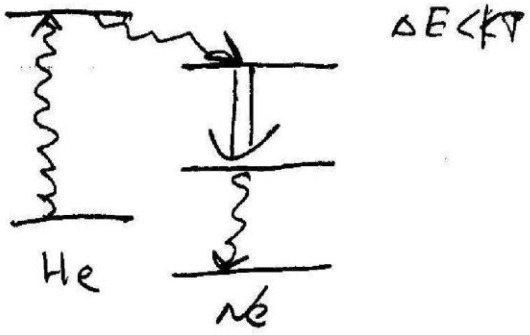
Інверсія можлива коли: $d_{12} > A_{32}$ другий рівень повинен спустошуватись швидше ніж накопичуватися.

9

Електричне накачування, як метод створ. інверсії в газових лазерах
Щоб проходив струм потр. створ. газовий розряд.
Зіткнення бувають 1-го і 2го роду.

1 роду	2го роду
$E_k^{(1)} \to E_n^{(2)}$	$E_n^{(1)} \to E_n^{(2)} + E_k^{(2)}$
$e + A \to e + A^*$	$A + B^* \to A^* + B$
A_2^+	He-Ne





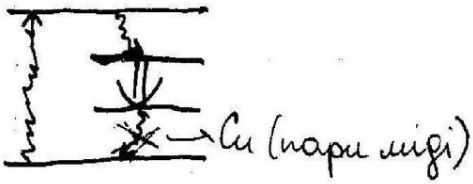
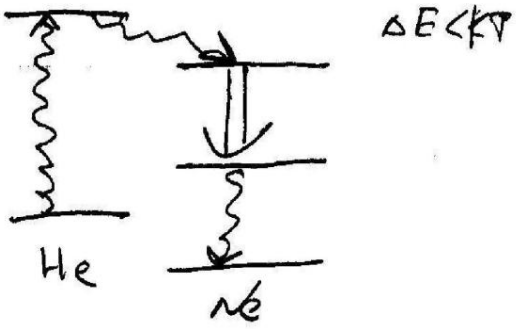
Інверсія насел. між двома рівнями створ. за рах. викон. 2-х умов:
- шв. зб. верхнього рівня > ніж. нижнього;
- шв. релакс. верх. р-ня < ніж нижнього;

[redacted]

Однакові правила відбору на

9

Електричне накачування, як метод створ. інверсії в газових лазерах
Щоб проходив струм потр. створ. газовий розряд.
Зіткнення буваютъ 1-го і 2го роду.

1 роду	2го роду
$E_к^{(1)} \to E_п^{(2)}$	$E_п^{(1)} \to E_п^{(2)} + E_к^{(2)}$
$e + A \to e + A^*$	$A + B^* \to A^* + B$
A_2^+	He-Ne
	

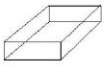
Інверсія насел. місж двома рівнями створ. за рах. викон. 2-х умов:
- ив. зб. верхнього рівня > ніже. нижнього;
- ив. релакс. верх. р-ня < ніже нижнього;

[redacted]

Однакові правила відбору на [redacted]

10

49. Типи лазерних резонаторів. Умова стійкості резонатора.



Лазер може працювати без резонатора.

Опт. резонатор потрібен для створення зворотнього зв'язку.

Характеристика оптичного резонатора:

1) розмір перевищує довжину хвилі лазерної генерації;

2) є відкриті;

Розглянемо закритий резонатор: (всі сторони дорівнюють L) Стінки надпровідні. Існують певні хвилі (стоячі). На стінках є вузли цих хвиль. Запишемо таку умову: $k_xL=\pi l$, $k_yL=\pi\mu$, $k_zL=\pi\eta$, n –ціле, тобто повинно вкладатись ціле число на півхвиль.

$\Delta k_x=\pi/L$, $\Delta k_y=\pi/L$, $\Delta k_z=\pi/L$

Де, k_x ,k_y ,k_z це є певні хвилі, тобто моди.

На графіку кожний розв'язок мод займає свій об'єм $\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z$, тобто дискретні. Об'єм $\Delta k_x * \Delta k_y * \Delta k_z = (\pi/L)^3$. Порахуємо кількість мод в об'ємі, якщо модуль хвильового вектора змінюється – від 0 до $k=\frac{2\pi\nu}{c}$. $M=\frac{2\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot k^3}{8\cdot(\frac{\pi}{L})^3}$, де «2» - бо є дві поляризації; «1/8» - бо нам потрібен не весь об'єм а один октант. Тут існує виродження за напрямком.

Порахуємо кількість мод в інтервалі від $0-\nu$, то:

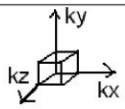
$M=\frac{8}{3}\pi(\frac{\nu L}{c})^3$,

Нас цікавить кількість мод в одиничному об'ємі:

$\frac{dM}{d\nu}=\frac{8\pi\nu^2}{c^3}L^3$– спектрально-об'ємна густина мод. Отже при напівширині $\Delta\nu$ спектральної лінії, та об"ємі який займає ЕМ поле V число можливих мод рівне - $M=\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\Delta\nu\Delta V$.

Рубіновий лазер: ν = 14400 см $^{-1}$ де, Δν = 10 см $^{-1}$, V = 10 см^3 - розмір активного тіла. Якщо помістимо його в закритий резонатор, тоді знайдемо кількість мод: $M=\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\Delta\nu\Delta V=0{,}52\cdot10^{12}$. Звідси бачимо що закритий резонатор нам не потрібен, бо він не генерує на одній моді.

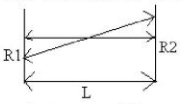
Ідея така. Скажімо в рубіновому тілі народжується порядку 10^{22} мод. Окрім того вони народжуються в усіх напрямках . Але нам, щоб отримати когерентне випромінювання необхідно, щоб новонароджені моди були скорельовані з існуючими. Це відбувається само собою, завдяки природі вимушеного випромінювання. Індуковані моди з"являються в тому ж стані, що і збуджуючі. Але нам потрібно вибрати з багатьох мод лише ті, що нам потрібні, а іншим дати швидко здохнути. Для цього і служать резонатори.



Типи відкритих резонаторів:

1. плоско паралельний (А):

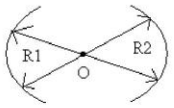
В цього резонатора з великою точністю вісьові моди є суперпозицією ЕМ хвиль.І розповсюджуються в протилежних напрямках від осі вздовж осі. В нульовому наближені еквівалентний до закритого резонатора.



$R_1=R_2=\infty$;

2. сферичний (концентричний) (Б):

центри кривизни дзеркал мають співпадати. Моди – суперпозиція сферичних хвиль з центру кривизни в протилежних напрямках.



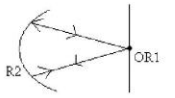
$R_1=R_2=1/2L$;

3. конфокальний (В): посередині є спільний фокус дзеркал



$R_1=R_2=L$;

4. напівсферичний (Г): радіус кривизни в точці О



$R_1=L$; $R_2=\infty$;

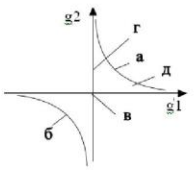
5. напівфокальний (Д):



$R_1=2L$; $R_2=\infty$;

це стійкі резонатори – де промінь після багаторазових відбиттів залишається в обмеженому об'ємі поблизу вісі резонатору: $R_{1,2}$ = від - ∞ до +∞;

Умова стійкості резонатора:



$0\le g_1g_2\le1$ – умова стійкості резонатора, де $g_1=1-\frac{L}{R1}$,

$g_2=1-\frac{L}{R2}$.

Намалюємо діаграму стійкості: Стійкий резонатор:

Недолік: 1.чим стійкіший, тим більше добротність мод, тобто їх багато;

2. заповнення резонатора полем – неоднакове: в точці О поле зжате.

Переваги: полегшує юстування.

11 Частина 1

Моди пасивного ПП резонатора. Наближена теорія Шавлова-Таунса.

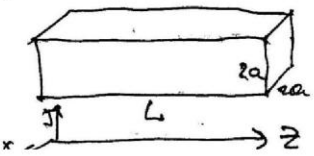
~~Стаж~~:

$$E(\vec{r},t) = E_0\, U(\vec{r}) \exp[-i\omega_m t]$$

ω_m - частота моди

формальний запис моди

Теорія Ш-Т: Візьмемо закритий резонатор, а потім відкинемо не потр. моди.



$K_z L = l\pi$; l - індекс мод

$K_x \cdot 2a = \eta\pi$

$K_y \cdot 2a = \mu\pi$

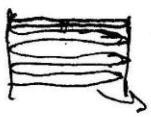
$$K = \sqrt{K_x^2 + K_y^2 + K_z^2} = \sqrt{\left(\frac{l\pi}{L}\right)^2 + \left(\frac{\pi\eta}{2a}\right)^2 + \left(\frac{\pi\mu}{2a}\right)^2}$$

Перейдемо до частот: $K = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\nu = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{l}{L}\right)^2 + \left(\frac{\mu}{2a}\right)^2 + \left(\frac{\eta}{2a}\right)^2}$$

За доп. цього можна знаходити частоти. Це для закритого резонатора. Якщо ми приберемо бокові стінки, то залиш моди з номером $l \gg \mu, \eta$

$(K_z \gg K_x, K_y)$



при умові $l \gg \mu, \eta$ відбивання буде частіше і ми інтерпретуємо це, як стоячу хвилю.

$$\nu = \frac{c}{2}\frac{l}{L}\sqrt{1 + \frac{\mu^2+\eta^2}{(2a)^2}\left(\frac{L}{l}\right)^2} \simeq$$

$$\simeq \frac{c}{2}\frac{l}{L}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\mu^2+\eta^2}{(2a)^2}\left(\frac{L}{l}\right)^2\right)$$

$$\nu = \frac{c}{2}\left(\frac{l}{L} + \frac{1}{2}\frac{\mu^2+\eta^2}{(2a)^2}\frac{L}{l}\right)$$

Розглянемо $\Delta l = 1$; $\Delta\mu = \Delta\eta = 0$, тоді

$\Delta\nu_e = \frac{c}{2L}$; Якщо $L = 1$ м, тоді

$\Delta\nu_e = 150$ МГц

$\Delta\nu_e = \frac{1}{2L} = 0{,}005\,[см^{-1}]$

11 Продовження частина 2

Вважаємо резонатор пустим (тобто пок. замал. $n=1$). Якщо $n \neq 1$, то

$$\Delta\nu_\ell = \frac{c}{2Ln}$$

Нехай, $\Delta\ell = 0$; $\Delta q = 0$; $\Delta\mu = 1$

$$\Delta\nu_\mu = \frac{c}{2}\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{(2a)^2}\,\frac{L}{\ell}\left((\mu+1)^2-\mu^2\right)$$

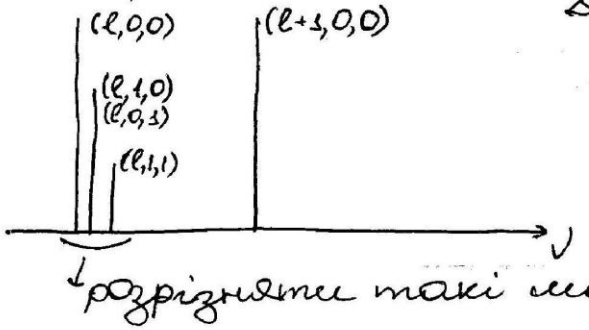
$$\Delta\nu_\mu = \frac{c}{2}\,\frac{1}{(2a)^2}\,\frac{L}{\ell}\left(\mu+\frac{1}{2}\right)$$

$\frac{L}{\ell} = \frac{1}{2}$; $\Delta\nu_\ell = \frac{c}{2L}$; $N = \frac{a^2}{d\,L}$ Число Френеля

$$\Delta\nu_\mu = \Delta\nu_\ell \cdot \frac{1}{8N}\left(\mu+\frac{1}{2}\right)$$

По мірі зрост. індекса μ відстань буде зростати.

Нехай, $L = 1$м; $\mu = 5$; $d = 0{,}5$ мкм; $2a = 1$ см; $N = 25$; тоді $\Delta\nu_\mu = 4{,}5$ МГц



Спектральна ширина моди пасивного резонатора

(резонатор сам по собі ЧИ)

Поле: $\vec{E} = E_0 \vec{U}(\vec{r}) \exp[-i\omega_м t]$

Поле моди; $\omega_м$ - частота моди

Час життя фотона в резонаторі: $\tau_р$. Тоді затухаюче поле із врах. загасання:

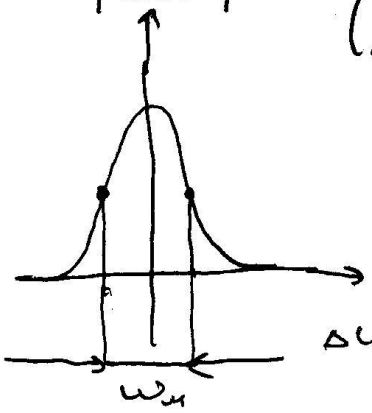
$$\vec{E} = E_0 \vec{U}(\vec{r}) \exp\left[-\frac{t}{2\tau_р} - i\omega_н t\right]$$

Фур'є компоненти поля:

$$E_\omega = \int_0^\infty E(t) e^{i\omega t} dt$$

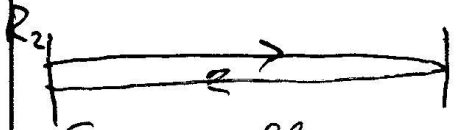
$$E_\omega = E_0 \vec{U}(\vec{r}) \frac{1}{\frac{1}{2\tau_р} - (\omega_н - \omega_м) i}$$

$$|E_\omega|^2 = \frac{E_0^2 U^2}{\left(\frac{1}{2\tau_р}\right)^2 + (\omega - \omega_м)^2}$$ → лоренцовий контур



$\tau_р$ - визнач. час життя моди.

$$\Delta\omega_м = \frac{1}{\tau_р}$$



→ резонатор.

За один повний прохід будемо вважати прох. кванта туди і назад.

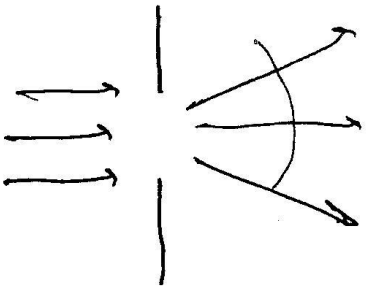
i - номер проходу

γ_R - визначає втрати:

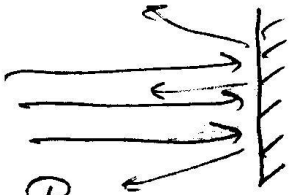
$$\gamma_R = \frac{P_i - P_{i+1}}{P_i}; \quad P_{i+1} = R_1 R_2 P_i$$

$$\gamma_R = 1 - R_1 R_2$$

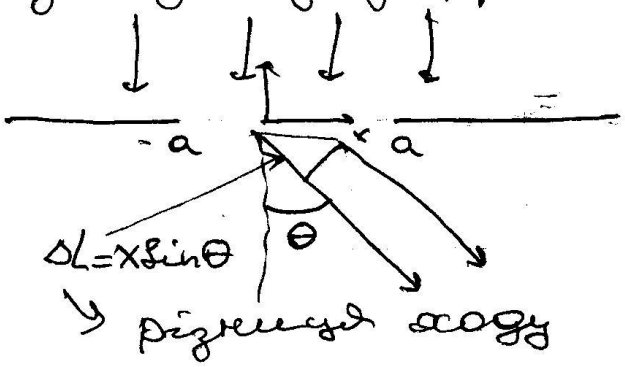
Розглянемо дифракційні втрати. На щілину падає плоска хвиля:



У нас дзеркало: стверджуємо, що відбита від дзеркала буде аналогічна тій, що дифрагувала на щілині



Роз. знову дифракцію на щілині:



↳ різниця ходу

$\Delta\varphi = k x \sin\theta$ → різниця фаз

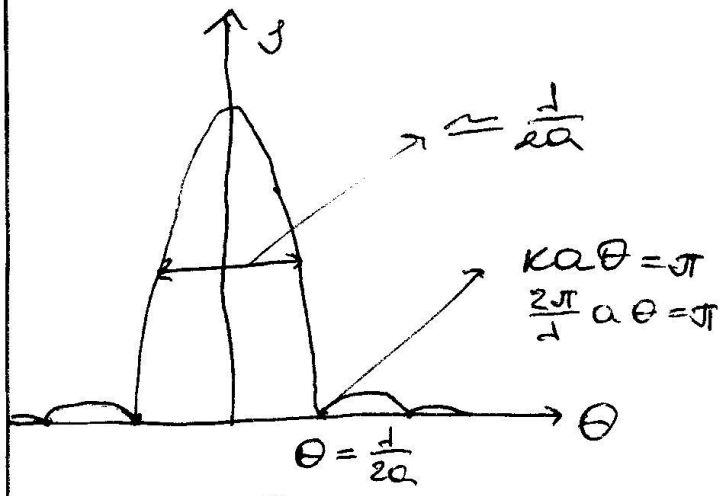
Сумарне поле:

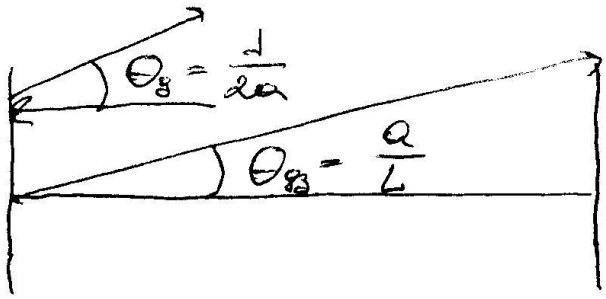
$$E \sim \int_{-a}^{a} e^{ikx\sin\theta}\, dx =$$

$$E \sim 2a \frac{\sin(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta} \simeq 2a \frac{\sin(ka\theta)}{ka\theta}$$

Інтенсивність поля:

$$I = I_0 \frac{\sin^2(ka\theta)}{(ka\theta)^2}$$





θ_g - кут дифракції.

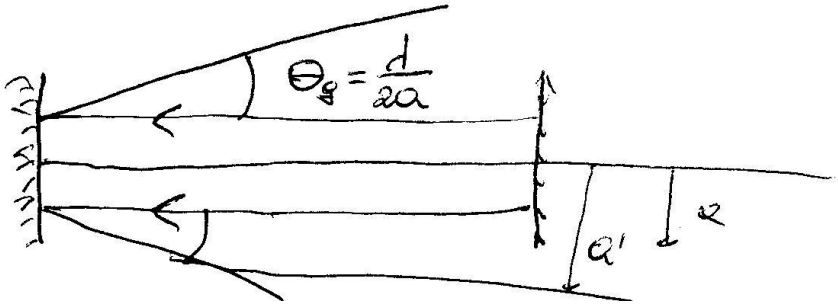
Отже, відбита хвиля вже не вся потр. на інше дзеркало.

θ_{gs} - кут під якими ми бачимо дзеркало.

Число Френеля: $N = \frac{\theta_{gs}}{2\theta_g} = \frac{\frac{a}{L}}{2\frac{\lambda}{2a}} = \frac{a^2}{\lambda L}$

Відносні дифракційні втрати є ф-єю числа Френеля:

$\delta_{диф} = f(N)$ - ?



Параксіальне наближення для повного проходу:

$$\frac{P_i - P_{i+1}}{P_i} = (2)\ \frac{\pi(a')^2 - \pi a^2}{\pi (a')^2} = 2\left(1 - \left(\frac{a}{a'}\right)^2\right) =$$

$$= 2\left(1 - \left(\frac{a}{a + \Theta_g L}\right)^2\right) =$$

$$= 2\left(1 - \left(\frac{1}{1 + \frac{\Theta_g L}{a}}\right)^2\right) \simeq 2\left(1 - \left(1 - \frac{\Theta_g L}{a}\right)^2\right)$$

нехтуємо квадр. членами

$$\frac{P_i - P_{i+1}}{P_i} \simeq 2\left(2\,\frac{\Theta_g L}{a}\right) = 2\left(2\,\frac{\frac{1}{2a}L}{a}\right)$$

$$\frac{P_i - P_{i+1}}{P_i} \simeq \frac{2}{N} \quad / * N = \frac{a^2}{2L} */$$

Загальні втрати за прохід:

$$\gamma = \gamma_2 + \gamma_{деф} = 1 - R_1 R_2 + \frac{2}{N}$$

Ці втрати локалізовані на дзеркалі.
Введемо коефіцієнт втрат:
(коеф. розподілених втрат) K_s

$$P_{i+1} = P_i \exp[-K_s 2L]$$

$$\gamma = \frac{P_i - P_{i+1}}{P_i} = 1 - \exp[-2K_s L]$$

$$1 - \gamma = \exp[-K_s \cdot 2L]$$

$$\ln(1-\gamma) = -K_s 2L$$

$$K_s = -\frac{1}{2L}\ln(1-\gamma)$$

$$K_s = \frac{1}{2L}\ln\frac{1}{1-\gamma}$$

$$K_s = -\frac{1}{2L}\ln\left(R_1 R_2 - \frac{2}{N}\right)$$

Якщо ми знаємо K_s, то можна дізнатися скільки треба пройти

хвилі, щоб загаснути в e разів.

$$\frac{P}{P_0} = \exp[-K_s Z_e]$$

$$Z_e = \frac{1}{K_s}$$

$\tau_p = \frac{Z_e}{C}$ Час за який загасає хвиля

$$\Delta\omega_м = \frac{1}{\tau_p}$$

$$\tau_p = -\frac{2L}{C}\frac{1}{\ln\left(R_1 R_2 - \frac{2}{N}\right)}$$

$$\Delta\omega_м = \frac{1}{\tau_p} = K_s C = -\frac{C}{2L}\ln\left(R_1 R_2 - \frac{2}{N}\right)$$

$$\Delta\nu_м = -\Delta\nu_e \frac{\ln\left(R_1 R_2 - \frac{2}{N}\right)}{2\pi}$$

Нехай

$\Delta\nu_e = 150$ МГц

$L = 1$ м; $R_1 = 1$; $R_2 = 0{,}9$; $N \to \infty$

$$\Delta\nu_м = \frac{\Delta\nu_e}{6R_2 8} \simeq 2{,}4 \text{ МГц}$$

$$\tau_p = \frac{1}{\Delta\omega_м} = \frac{1}{2\pi\Delta\nu_м} \simeq 50 \text{ нс}$$

Добротність резонатора

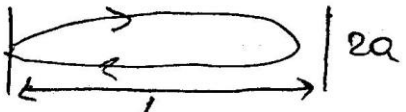
$$Q = \frac{\nu_м}{\Delta\nu_м} \sim 10^8$$

ν - част. моди; $\Delta\nu_м$ - ширина моди

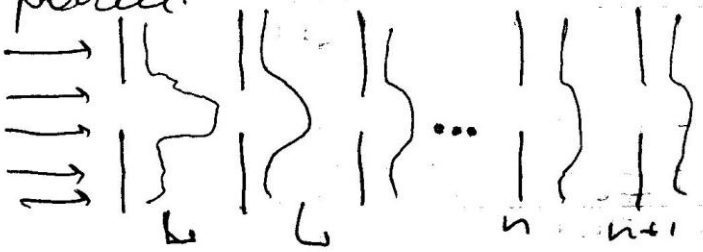
Просторовий розп. поля у відкр. резонаторі.
Теорія Фокса-Лі
Ми записуємо моду у вигляді:

$$E = E_0 U(r) \exp\left[-\frac{1}{2\tau_p} t - i\omega_m t\right]$$

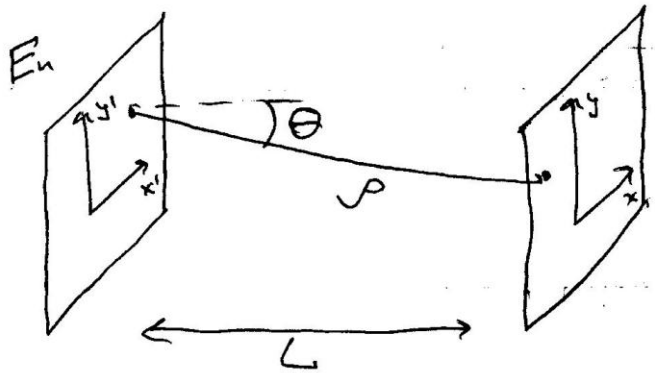
Розм. ПП резонатор з відпов. пар-рами:



Опис хвилі в резонаторі буде еквівал. проходу хвилі через сис-му діафрагм:



Дзеркала:



Скористаємось принципом Френеля – Кірхофа.

$$E_{n+1}(X, Y) = -\frac{i}{2\lambda} \iint E_n(X', Y') \frac{1}{\rho} \exp[-ik\rho](1+\cos\theta)\,dx'dy'$$

Беремо в кожній точці поле і вваж. його вторинним дзеркалом.

i - враховує додатковий зсув фаз.

$E_{n+1} = CE_n$

Візьмемо зміну інтенс і втрати

$$\frac{|E_n|^2 - |E_{n+1}|^2}{|E_n|^2} = 1 - |C|^2 = \frac{1}{2}\delta_{дифр}$$ Дифр. втрати?

З цього виразу ми можемо знайти C:

$$C = \sqrt{1 - \tfrac{1}{2}\delta_{дифр.}}$$ без. врах. фази

$$C = \sqrt{1 - \frac{1}{2}\delta_{дифр.}}\, e^{-i(kL + \varphi_m)}$$ із врах. фази.

Тоді поле:

$$E(x,y) = -\frac{i}{2\lambda}\sqrt{1 - \frac{1}{2}\delta_{дифр}}\, e^{-i(kL+\varphi_m)} \iint E(x',y') \frac{1}{\rho} \exp[-ik\rho] \cdot (1 + \cos\theta)\, dx'\, dy'$$

Маємо інтегральне рівняння.

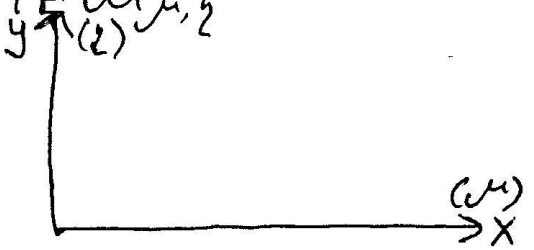
Для конфокального резонатора, поле осн. моди: $E = E_0 \exp\left[-\pi \frac{x^2 + y^2}{dL}\right]$

(0,0,0) - осн. мода.

Є індекси мод (l, m, z)

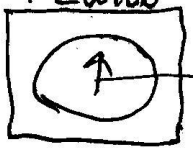
Напр. TEM_{lmz}: transverse electromagnetic mode

Від l розподіл не змін, тому записують $TEM_{m,z}$



В вакс., що лазер генерує поляриз. світло.

TEM_{00} Осн. мода має вектор



поляризація

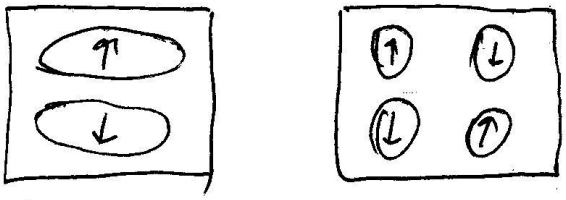
TEM_{10}



Стрілки вказ на зміну фази

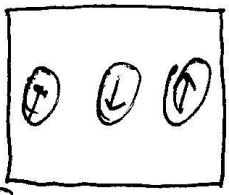
вузол

TEM_{01} TEM_{11}

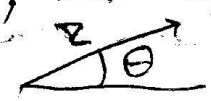


Знач. індексу дає к-ть вузлів амплі. в тому напр., який відповідає індексу.

TEM_{20}



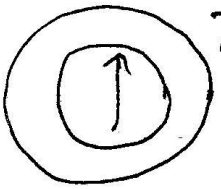
Оск. ми маємо справу з круглими дзеркалами, то перейдемо до поляр. сис-ми коорд



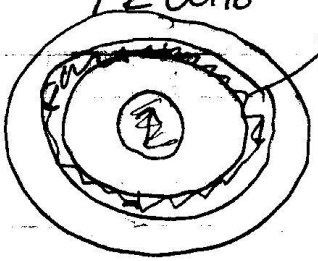
$\rho \to z$

$\varphi \to \theta$

Тоді:

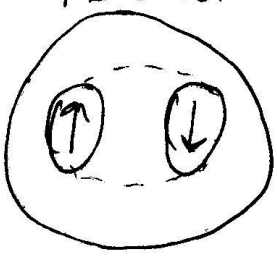


TEM_{00}

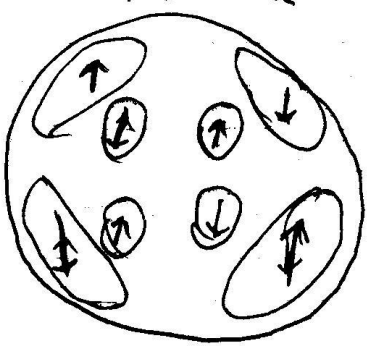


TEM_{10}

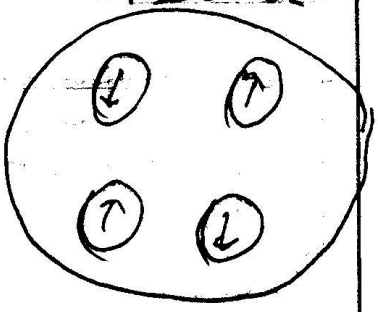
з'яв. 1 вузол.



TEM_{01}



TEM_{12}



TEM_{02}

Щоб лазер працював на 1 моді можна поставити між дзеркалами діафрагму. Її розмір треба обирати такий, щоб втрати для певної моди були малими, а для інших мод – великими (дифр. втрати)



Сис-ма швидкісних р-нянь для одномодового лазеру

Треба записати диф. р-ня, які описують роботу лазера.

Постановка задачі:

Будемо розгл. 1-но модовий лазер. Є мода, яка однорідно заповнює резонатор. Ніякі пар-ри не залежать від координат (однор, точковий лазер). Р-ня залежать від схеми створ. інверсії. Будемо розгл. 4-х рівневу схему.

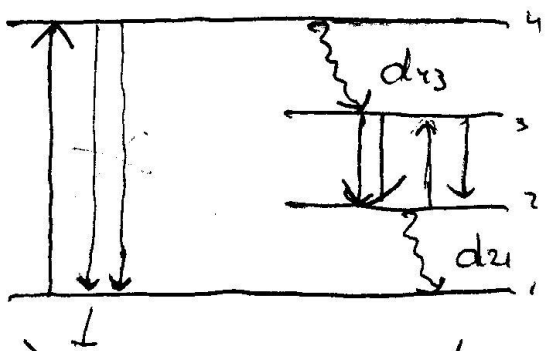


Схема ефективно працює, коли $d_{43}\uparrow$ а $d_{21}\downarrow$

1) Оск. процес d_{43} дуже швидкий, то ці два процеси ігноруємо.
2) $n_2 \simeq 0$, є ефективне спустошення.
3) $n_4 \simeq 0$, оск. d_{43} – ефективний процес

За таких наближень, трохи інакше перемалюємо схему.

13 Альтернативне

Мода резонатора – стац. конфігурація е/м поля, яка задовольняє р-ня Максвела і гран. умови.

поле – $\vec{E}(\vec{r},t)$ – якщо хочемо записати поле, то записуємо його в такому вигляді: $\vec{E}(\vec{r},t)=E_0U(\vec{r})\exp(i\omega_M t)$ – стац. конфігурація.

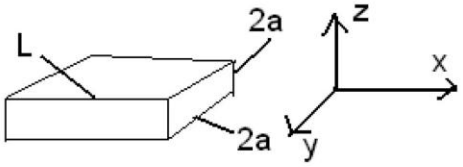
$\exp(i\omega_M t)$ – фазовий множник, який показує, що коливання гармонічні.

Т.я. відкритий резонатор, тому є втрати: - дифракційні. Р-ня (1) годиться, коли розглядаємо проміжок часу Δt великий порівняно з періодом коливань: Δt >>T. Коли є втрати, то розподіл поля міняється з часом:

$$\vec{E}(\vec{r},t)=E_0U(\vec{r})\exp\left(-\frac{t}{2\tau_p}+i\omega_M t\right),\ i\omega_M t$$ – квазімода.

τ_p – час життя фотона в резонаторі.

Знайдемо спектр. відстань між модами. Спочатку розглянемо закритий резонатор:



Запишемо, які можуть бути стоячі хвилі: $Lk_x=\pi l$, $2ak_y=\pi\mu$, $2ak_z=\pi\eta$;

$$k=\sqrt{k_x^2+k_y^2+k_z^2}=\sqrt{\left(\frac{l}{L}\right)^2+\left(\frac{\mu}{2a}\right)^2+\left(\frac{\eta}{2a}\right)^2}$$

,k= 2πν/c, показник заломлення = 1

l,μ,η – цілі і можуть змінюватись.Шавлов і Таунс припустили, що: - відсутність бокових стінок не спотворює мод, а лише обмежує їх кількість і типи: l>>μ,η.

- існують моди, які мають маленькі проекції хв.векторів.

Вважаємо, що $k_z=(l/L)^2>k_x, k_y$, тоді

$$\nu=\frac{c\cdot l}{2\cdot L}\sqrt{1+\frac{\mu^2+\eta^2}{(2a)^2}\cdot\left(\frac{L}{l}\right)^2}\approx\frac{c}{2}\left(\frac{l}{L}+\frac{1}{2}\cdot\frac{\mu^2+\eta^2}{(2a)^2}\cdot\frac{\lambda}{2}\right)$$

l – кількість напівхвиль. Це набір мод змінюється з шагом 1:

$\Delta l=1$; μ,η = const. – Це <u>повздовжні моди</u> – це моди, де поперечні індекси = 0: $\Delta\nu_l=\frac{c}{2L}$. Оцінимо цю формулу: розглянемо резонатор L=1м, тоді $\Delta\nu_l$= 150МГц.

<u>Поперечні моди</u>: Δμ = 1; l,η = const; Δη = 1; μ, l = const.

$$\Delta\nu_\mu=\frac{c}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{(2a)^2}\cdot\frac{\lambda}{2}\left((\mu+1)^2+\mu^2\right)$$

Щоб лазер працював на 1 моді можна поставити між дзеркалами діафрагму. Її розмір треба обирати такий, щоб втрати для певної моди були малими, а для інших мод – великими (дифр. втрати)



Сис-ма швидкісних р-нянь для одномодового лазеру

Треба записати диф. р-ня, які описують роботу лазера.

Постановка задачі:

Будемо розгл. 1-но модовий лазер. Є мода, яка однорідно заповнює резонатор. Ніякі пар-ри не залежать від координат (однор, точковий лазер). Р-ня залежать від схеми створ. інверсії. Будемо розгл. 4-х рівневу схему.

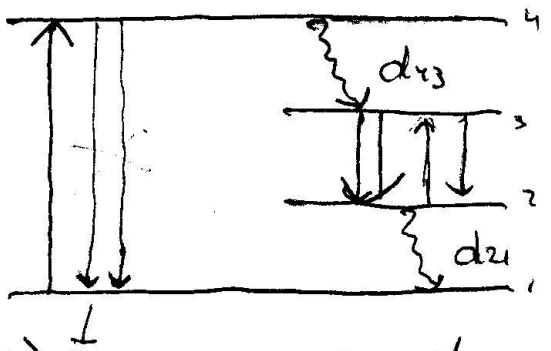
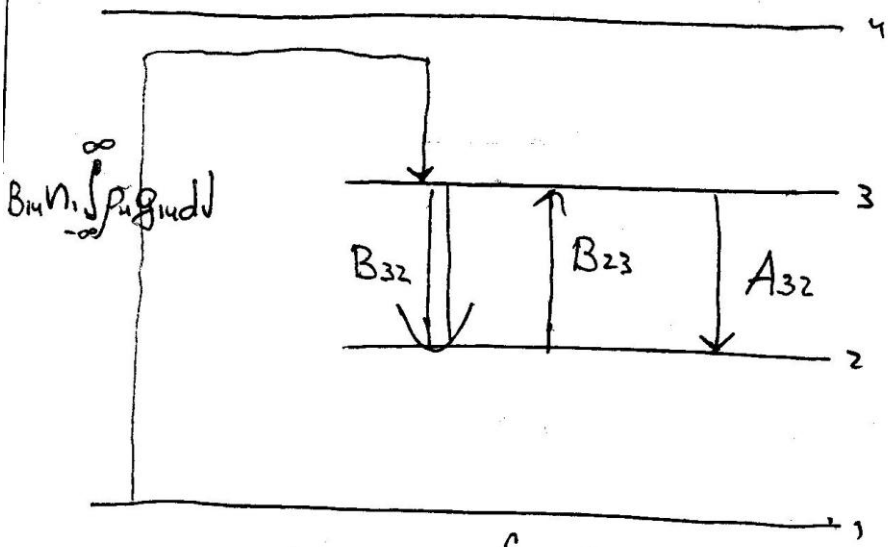


Схема ефективно працює, коли $d_{43}\uparrow$ а $d_{21}\downarrow$

1) Оск. процес d_{43} дуже швидкий, то ці два процеси ігноруємо.
2) $n_2 \simeq 0$, є ефективне спустошення.
3) $n_4 \simeq 0$, оск. d_{43} – ефективний процес

За таких наближень, трохи інакше перемалюємо схему.

Оск. вваж. 4-ий рівень пустим



g - форм-фактор, $\int g\,dV = 1$



Введемо позначення: $P_н \equiv B_{14} n_1 \int_{-\infty}^{\infty} \rho_н g_{14} dV \simeq$

$\simeq B_{14} n \int \rho_н g_{14} dV$

$P_н$ - к-ть часток які ми закид. на певний рівень в од. об'єму за од. часу

$$dn_3 = \left(n_1 B_{14} \int \rho_н g_{14} dV - n_3 B_{32} \int \rho_н g_{23} dV + \right.$$
$$\left. + n_2 B_{23} \int \rho_м g_{23} dV - n_3 A_{32} \right) dt \quad (1)$$

Потужність накачування:

$$P_н = n_1 B_{14} \int \rho_н g_{14} dV \approx n B_{14} \int \rho_н g_{14} dV$$

1) з перший член. ф-ли (1)

$$B_{23} = B_{32} \frac{g_3}{g_2}$$

2+3 члени ф-ли (1) дадуть відповідно:

$$- B_{32} \left(n_3 - n_2 \frac{g_3}{g_2} \right) \int \rho_м g_{23} dV$$

$4 \rightarrow n_3 A_{32} = \frac{n_3}{\tau_c}$

Тоді
$$\frac{dn_3}{dt} = P_н - B_{32}\underbrace{\left(n_3 - n_2\frac{g_3}{g_2}\right)}_{\Delta n_c}\int \rho_м g_{23}\,dV - \frac{n_3}{\tau_c}$$

↓ різниця заселеності рівнів за рах. кратності. Будемо наз. її інверсія.

Нехай $n_2 \approx 0$, інверсію позначимо $\tilde{n}$, тоді $n_3 \simeq \tilde{n}$

$$\int \rho_м g_{23}\,dV = g_{23}(\nu_м)\int \rho\,dV$$

Якщо прінтегр. по частотах то отр. спектральну енергію:

$$\int \rho_м g_{23}\,dV = g_{23}(\nu_м)\cdot \tilde{m} h\nu_м$$

$$\frac{d\tilde{n}}{dt} = P_н - B_{32}\tilde{n} g_{23}\tilde{m} h\nu - \frac{\tilde{n}}{\tau_c}$$

Введемо позначення: $\tilde{B} \equiv B_{32} g_{23} h\nu$ і отр. р-ня руху інверсії.

$$\frac{d\tilde{n}}{dt} = P_н - \tilde{B}\tilde{n}\tilde{m} - \frac{\tilde{n}}{\tau_c} \quad (1)$$

$\tilde{m}$ – концентр. фотонів в резонаторі, розширення як вона змінюється.

$$\frac{d\tilde{m}}{dt} = -\left(\frac{d\tilde{n}}{dt}\right)_{вимін.пер.}^{=\tilde{B}\tilde{n}\tilde{m}} - k\left(\frac{d\tilde{n}}{dt}\right)_{спон.пер} - \frac{\tilde{m}}{\tau_p}$$

k вводимо для того, оск. не всі фотони потр. у моду.

$\tilde{m}/\tau_p$ – вихід фотонів з резонатор. τ_p – сер. час життя фотонів в резонаторі.

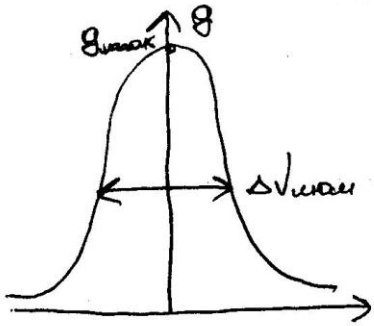
$k = \frac{1/V_L \text{ — об'єм лазера}}{\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\Delta\nu_{нам}}$ $\quad k = \frac{1}{\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\Delta\nu_{нам} V_L}$

↳ спектральна об'ємна густина мод.

$$-\left(\frac{d\tilde{n}}{dt}\right)_{сп.пер} = \frac{\tilde{n}}{\tau_c} = \tilde{n} A_{32} = \tilde{n} B_{32} \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}$$

$$-k\left(\frac{d\tilde{n}}{dt}\right)_{сп.пер} = \frac{1}{\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\Delta\nu_{нам} V_L} \tilde{n} B_{32} \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} =$$

$$= \frac{h\nu}{\Delta\nu_{нам} V_L} \tilde{n} B_{32} (=)$$



$$\int g\, d\nu \simeq g_{23max}\Delta\nu_{нам} = 1$$

$$\Delta\nu_{нам} \simeq \frac{1}{g_{23max}} = \frac{1}{g_{23}(\nu_0)}$$

$$\nu (=) \frac{1}{V_L} g_{23} B_{32} h\nu \tilde{n} = \tilde{B}\tilde{n}\frac{1}{V_L}$$

$$\frac{d\tilde{m}}{dt} = \tilde{B}\tilde{n}\left(\tilde{m} + \frac{1}{V_L}\right) - \frac{\tilde{m}\Omega}{\tau_p} \quad (2)$$

$\tilde{B}$ → втрати (вихід фотонів з резонатор)

↙ поправка для спонтанного випром.

Припустимо, що $\tilde{m} = 0$ і при цьому є інверсія $\tilde{n} > 0$

$$\frac{d\tilde{m}}{dt} = \frac{\tilde{B}\tilde{n}}{V_L} > 0$$

Отже, попр. для спонт. випр. є досить важливою.

Перейдемо до безрозм. величин:

t - час, який буде ↓

$$\tau = \frac{t}{\tau_c};$$

$$h = \tilde{n}\tilde{B}\tau_p; \quad m = \tilde{m}\tau_c\tilde{B}$$

$W = P_н \tilde{B} \tau_p \tau_c$ - накачка

$$\frac{d\tilde{n}}{dt} = \frac{d\tilde{n}}{d\tau}\frac{d\tau}{dt} = \frac{d\tilde{n}}{d\tau}\frac{1}{\tau_c}$$

Домножимо:

$$\frac{d\tilde{n}}{dt} = -\tilde{B}\tilde{n}\tilde{m} - \frac{\tilde{n}}{\tau_c} + P_н \Big\} B\tau_p$$

$$\frac{d\tilde{m}}{dt} = \tilde{B}\tilde{n}\left(\tilde{m} + \frac{1}{\Delta}\right) - \frac{\tilde{m}\tau}{\tau_p} \Big\} B\tau_c$$

нехтуємо, тоді маємо

$$\frac{dn}{d\tau} = -nm - n + W$$

$$\frac{dm}{d\tau} = Gnm - Gm \;;\; G = \frac{\tau_c}{\tau_p}$$ деякий параметр

Порогові умови генерації лазера та стаціонарний коеф. підсилення.
Припускаємо, що є стаціон. стан (нар-ри фотонів і інверсія не змін.)

$-\frac{\tilde{m}}{\tau_p} = 0$ Нехтуємо $\frac{1}{\tau_c}$ і (1) і (2) =

ст - стаціон

1) $\tilde{m}_{ст} = 0$

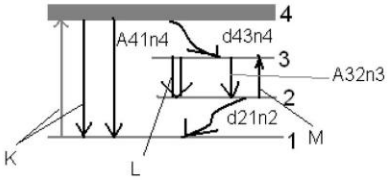
Зр-ня (1) отр, $\tilde{n}_{ст} = P_н \tau_c$

2) $\tilde{m}_{ст} \neq 0 \Rightarrow$

$$\tilde{n}_{ст} = \frac{1}{\tilde{B}\tau_p} \;;\; \tilde{m}_{ст} = \frac{P_н - \frac{1}{\tau_p \tau_c \tilde{B}}}{1/\tau_p}$$

Побудуємо залежності від пот-ті накачування.

Ці р-ня враховують час життя фотону, умову інверсії, тобто описують роботу лазера(точковий лазер – це активне середовище є однорідним, тобто хар-ки не зал-ть від координат). Лазер працює на одній моді:



Виведемо р-ня для 4-х рівневої системи:

"L" – $B_{32}n_3\int \rho_M g_{23}d\nu$;

"M" – $B_{23}n_2\int\rho_M g_{23}d\nu$; " K " – $B_{14}n_1\int \rho_H g_{14}d\nu=P_н$– швидкість накачки. 4-й рівень уширений, бо збудження здійснюється немонохроматичним джерелом. Є джерело накачування і для нього є густина накачки ρ_H. ρ_M – це спектрально-обємна густина моди. Поглинання $B_{14}n_1\rho_H$, але якщо світло немонохром. і ще врахуємо форм-фактор, тоді буде $B_{14}n_1\int \rho_H g_{14}d\nu$. Тоді вимушене випромінювання, має вигляд: $B_{41}n_4\int \rho_H g_{41}d\nu$.

$d_{43}n_4 >> A_{41}n_4 + B_{41}n_4\int \rho_M g_{14}d\nu$ –ця умова забезпечує, що $n_4=0$.

$d_{21}n_2 >> A_{32}n_3 + B_{32}n_3\int \rho_M g_{23}d\nu$, ця умова забезпечує, що $n_2=0$.

Тоді $n=n_1+n_4$. Для неодимового лазера: $n_1>>n_3$. $A_{32}\, n_3= n_3/\tau_c$.

Підзаселили 3-й рівень, відбувається генерація, спорт. Випромінювання, генерація спустошує 3-й рівень. –це час життя частинок на рівні 3 із-із спорт. переходів.

$\frac{dn_3}{dt} = P_n - \frac{n_3}{\tau_c} - B_{32}\left(n_3 - \frac{g_3}{g_2}\cdot n_2\right)\cdot\int \rho_M g_{23}d\nu$, $n_3 - \frac{g_3}{g_2}\cdot n_2 = \tilde{n}$ – інверсія.

$\int \rho_M g_{23}d\nu = g_{23}(\nu_M)\cdot\tilde{m}\cdot h\cdot\nu_M$, де $\int \rho_M g_{23}d\nu$ – об'ємна густина. $\tilde{m}$ –концентрація фотонів в резонаторі. Введемо $\tilde{B} = B_{32}\cdot g_{23}(\nu_M)\cdot h\cdot\nu_M$.

$\frac{d\tilde{n}}{dt} = P_n - \frac{\tilde{n}}{\tau_c} - \tilde{B}\tilde{m}\tilde{n}$ –р-ня, яке описує роботу 4-х рівневого лазера(для руху інверсії).

$\tilde{B}\tilde{m}\tilde{n}$ – вимушені процеси. $\frac{\tilde{n}}{\tau_c}$ –спонтанні процеси.

$d\tilde{m} = \tilde{B}\tilde{m}\tilde{n}\mathrm{dt} + \mathrm{k}\frac{\tilde{\mathrm{n}}}{\tau_{\mathrm{c}}}dt - \frac{\tilde{m}}{\tau_p}dt$, $\tilde{B}\tilde{m}\tilde{n}\mathrm{dt}$ – вимушені процеси, якщо додатня інверсія, то це призводить до наростання концентрації фотонів. $\mathrm{k}\frac{\tilde{\mathrm{n}}}{\tau_{\mathrm{c}}}dt$ – спонтанні переходи, "к" – відповідає за те що не всі фотони попадають в моду лазера.

$-\frac{\tilde{m}}{\tau_p}dt$ – вихід фотонів з резонатору. $\mathrm{k} = \frac{1/\mathrm{V_L}}{\frac{8\pi\nu^2}{\mathrm{c}^3}\cdot\Delta\nu_{люм}}$, де $1/\mathrm{V_L}$ –об'ємна концентрація густини мод. $\frac{8\pi\nu^2}{\mathrm{c}^3}$ –об'ємно- спектральна концентрація.

$$\mathrm{k}\cdot\frac{\tilde{\mathrm{n}}}{\tau_{\mathrm{c}}} = \frac{1/\mathrm{V_L}}{\frac{8\pi\nu^2}{\mathrm{c}^3}\cdot\Delta\nu_{люм}}\cdot\tilde{n}A_{32} = \frac{1/\mathrm{V_L}}{\Delta\nu_{люм}}\cdot\tilde{n}h\nu B_{32} = \frac{1}{V_L}\tilde{n}\tilde{B}\,.$$

14 альтернативне частина 2

Де $\frac{d\tilde{m}}{dt} = -\frac{\tilde{m}}{\tau_p} + \tilde{B}\tilde{m}\tilde{n} + \tilde{B}\frac{1}{V_L}\tilde{n}$ – друге р-ня, яке описує роботу лазера(для зміни концентрації в часі). $\frac{\tilde{m}}{\tau_p}$ – врахування резонатора. Якщо не має генерації, тоді $\frac{d\tilde{m}}{dt} = \tilde{B}\frac{1}{V_L}\tilde{n}, \tilde{m} = 0$.

Щоб наші змінні були універсальними треба їх обезрозмірити, тому вводимо такі величини: $W = P_n\tau_c\tau_p\tilde{B}$ – безрозмірна накачка, $m = \tilde{m}\tau_c\tilde{B}$ – безрозмірна концентрація, $n = \tilde{n}\tau_p\tilde{B}$ – безрозмірна інверсія, $G = \tau_c / \tau_p$, $\tau = t / \tau_c$

Отримаємо безрозмірні р-ня:

$$\frac{dn}{dt} = W - nm - n$$

$$\frac{dm}{dt} = Gnm - Gm$$

52. Порогові умови генерації лазера. Стаціонарний коефіцієнт підсилення.

Проаналізуємо друге рівняння Стаца-де-Марса:

$\frac{d\tilde{m}}{dt} = \tilde{B}\tilde{n}(\tilde{m} + \frac{1}{V_l}) - \frac{\tilde{m}}{\tau_p}$, коли воно >0, то лазер генерує.

$\tilde{n} > \frac{\tilde{m}}{\tilde{m} + \frac{1}{V_l}} * \frac{1}{\tilde{B}\tilde{\tau}_p}$, нехай $\tilde{m}$ =0- похідна буде додатна, коли $\tilde{n} > 0$-

необхідна умова генерації, якщо $\tilde{m}$ велике, тоді $\tilde{n} > \frac{1}{\tilde{B}\tilde{\tau}_p}$ - достатня умова.

З'ясуємо фізичний зміст цих умов:

$K^{(+)}\omega_{пор.} = K_\gamma \tilde{n}\tilde{B}\frac{1}{c} | \tilde{n} \equiv \tilde{n}_{пор.} \Rightarrow \frac{1}{\tilde{B}\tilde{\tau}_p}\tilde{B}\frac{1}{c} = \frac{1}{\tau_p c} \Rightarrow K^{(+)}\omega_{пор.} = \frac{1}{\tau_p c};$

$\tau_p = \frac{1}{K_\gamma c}$

підставимо τ_p, отримаємо $K^{(+)}\omega_{пор.} = K_\gamma$ коефіцієнт підсилення дорівнює коефіцієнту розподілених втрат: $K_\gamma = -\frac{1}{2L}\ln(R_1 R_2 - \frac{2}{N})$.

му рівнянні.

$$\begin{cases} \tilde{m}_{ст.} = 0; \tilde{n}_{ст.} = P_н \tau_c; \\ \tilde{m}_{ст.} \neq 0; \tilde{n}_{ст.} = \frac{1}{\tilde{B}\tilde{\tau}_p}; \tilde{m}_{ст.} = (P_н - \frac{\tilde{n}}{\tau_c}); \tilde{m}_{ст.} = (P_н - \frac{1}{\tilde{B}\tilde{\tau}_p \tau_c})\tau_p \end{cases}$$

Щоб була генерація, необхідна додатність пор.:

$$\begin{cases} P_{н,пор.} = \frac{1}{\tilde{B}\tilde{\tau}_p \tau_c}(W = 1) \\ n_{пор.} = \frac{1}{\tilde{B}\tilde{\tau}_p} = \tilde{n}_{ст.} \end{cases}$$

збільшуючи накачку досягли інверсії, але вона більше не зростає(стаціонарна інверсія в лазері дорівнює пороговій):

$K^{(+)}\omega_{пор.} = K^{(+)}\omega_{ст.} = K_\gamma$

1) Стаціонарна інверсія дорівнює пороговій і не залежить від накачки;

Стаціонарний коефіцієнт підсилення дорівнює пороговому і не залежить від швидкості накачки;Зобразимо графічно розв'язок. Як буде вести себе лазер при збільшенні накачки:Проаналізуємо, що буде тоді, коли лазер вийшов на стаціонарний режим

г енерації (похідна=0). знехтуємо спонтанною

$$\begin{cases} -\tilde{B}\tilde{n}\tilde{m} - \frac{\tilde{n}}{\tau_p} + P_н = 0 \\ \tilde{B}\tilde{n}\tilde{m} - \frac{\tilde{m}}{\tau_p} = 0 \end{cases}$$

компонентою в другого $P_{н,пор.} = \frac{1}{\tau_c \tau_p \tilde{B}}$

16 частина 1

Вихідна пот-ть лазера і оптимальні кор. втрати лазерного резонатора.

Час життя фотона в резонаторі τ_p... $\tau_p^{(+)}$ - корисні втрати, $\tau_p^{(-)}$ - некорисні втрати.

$$\frac{1}{\tau_p} = \frac{1}{\tau_p^{(+)}} + \frac{1}{\tau_p^{(-)}}$$

Ми розгл. поле в резонаторі:

$$E^2 \sim e^{-t/\tau_p} \sim e^{-t/\tau_p^{(+)}} e^{-t/\tau_p^{(-)}}$$

Запишемо пот-ть лазера через τ_p:

$$P_л = \frac{\widetilde{m} V_L h\nu}{\tau_p^{(+)}}$$

Якщо $R_2 = 1$; $R_1 \neq 1$, $N \to \infty$ (втрат. немає)

Кор. втрати - вихід фотонів з резонатора, які ми потім використовуємо.

Підставимо $\tau_p^{(+)}$ у ф-лу пот-ті

$$\tau_p = \frac{1}{K_s c} = -\frac{2L}{c \ln(R_1 R_2 - \frac{2}{N})}$$

$$\tau_p^{(+)} = -\frac{2L}{c \ln R_1} \approx \frac{2L}{cT_1}$$

$R_2 \simeq 1$, $N \to \infty$

T_1 - коеф. пропуск. дзеркала.

$\ln R_1 \approx R_1 - 1$

$$P_л = \frac{c}{2L} V_L \widetilde{m} h\nu T_1 = \frac{1}{2}(S \cdot c) \widetilde{m} h\nu T_1$$

$\frac{1}{2}$ - однова к-ть фотонів до нашого і від нашого дзеркал.

$S \cdot c$ об'єм за 1 с.

Знайдемо $\tau_{p,опт}^{(+)}$ і $T_{1,опт}$!

$\tilde{m} = (P_н - P_{н,пор})\tau_p$ – підставимо це до P_1

$\tilde{m} \cong \left(P_н - \frac{1}{\tau_p \tau_c \tilde{B}}\right)\tau_p$

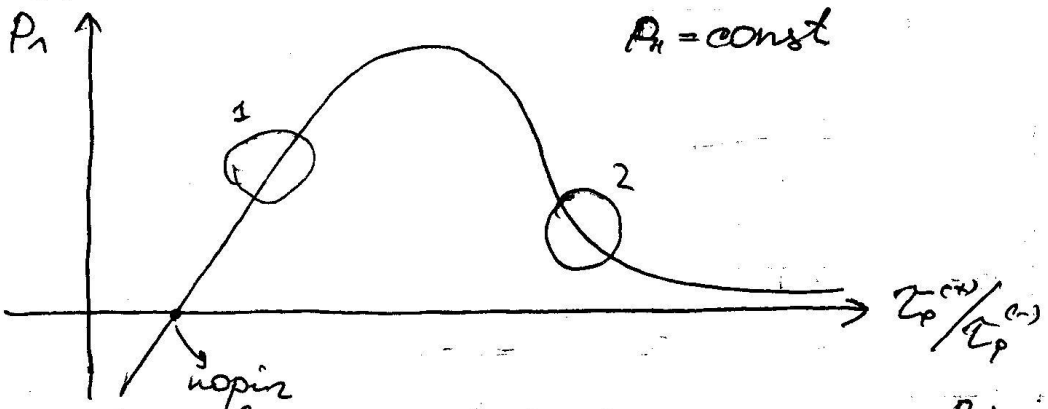
Виразимо $\tau_p^{(+)}$ оск. екстремум будемо шукати по $\tau_p^{(+)}$

$$\tau_p = \frac{\tau_p^{(+)}\tau_p^{(-)}}{\tau_p^{(+)} + \tau_p^{(-)}}$$

$$P_1 = V_L h\nu \frac{1}{\tau_p^{(+)}}\left(P_н \frac{\tau_p^{(+)}\tau_p^{(-)}}{\tau_p^{(+)} + \tau_p^{(-)}} - \frac{1}{\tau_c \tilde{B}}\right)$$

$$P_1 = V_L h\nu \left(P_н \frac{\tau_p^{(-)}}{\tau_p^{(+)} + \tau_p^{(-)}} - \frac{1}{\tau_c \tau_p^{(+)} \tilde{B}}\right)$$

Побудуємо P_1 від $\tau_p^{(+)}/\tau_p^{(-)}$. Фіксоване $\tau_p^{(-)}$.



З графіка видно, що є екстремум. Він присутній тому що при вел. пропусканні то концентр. фотонів в резон. невелика, а це озн. що вимушені процеси йдуть погано. В обл. 1 переважає спонтанні процеси саме на них йде інверсія. В обл. 2 зменш. пропускання, але це теж недобре оск. канал кор. втрат перекрито і все йде у некорисні втрати.

Знайдемо екстремум P_1, щоб знайти $\tau_{p,опт}^{(+)}$

16 Продовження частина 3

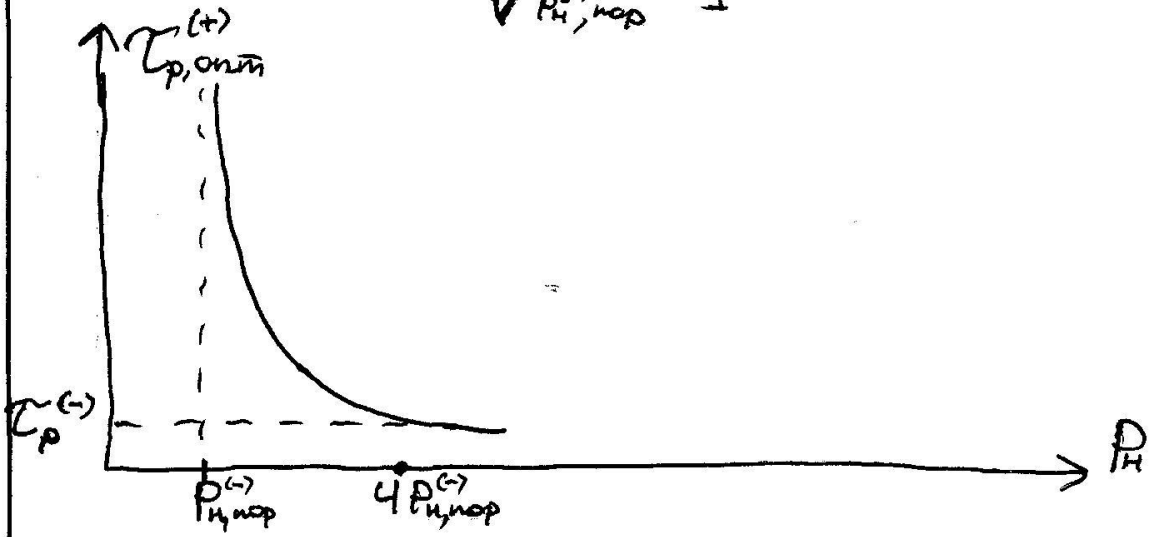
$$\frac{dP_1}{d\tau_p^{(+)}} = V_L h N \left(-P_H \frac{\tau_p^{(-)}}{(\tau_p^{(+)} + \tau_p^{(-)})^2} + \frac{1}{\tau_c (\tau_p^{(+)})^2 B} \right) = 0$$

Позначимо: $\frac{1}{\tau_c B \tau_p^{(-)}} \equiv P_{H,пор}^{(-)}$

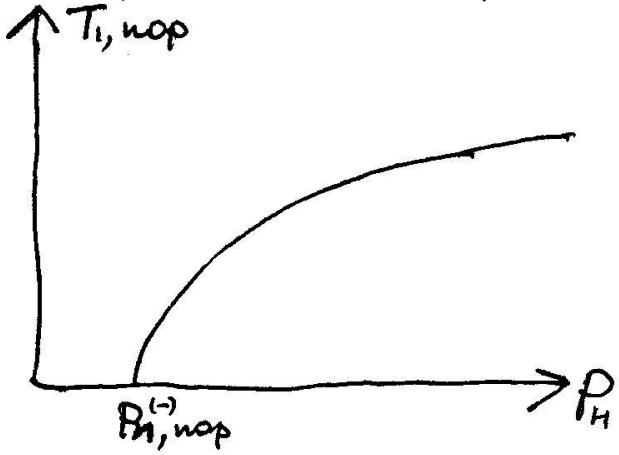
$$/* \; P_{H,пор} = \frac{1}{\tau_c B \tau_p} \; */$$

Вирішивши р-ня мін отр.:

$$\tau_{p,опт}^{(+)} = \tau_p^{(-)} \frac{1}{\sqrt{\frac{P_H}{P_{H,пор}^{(-)}}} - 1}$$



$$\tau_p^{(+)} = \frac{2L}{cT_1}; \quad \tau_p^{(-)} = \frac{2L}{cT_2}$$



$$T_{1,опт} = T_2 \left(\sqrt{\frac{P_H}{P_{H,опт}^{(-)}}} - 1 \right)$$

$$P_{1,опт} = V_L h N \left(\sqrt{P_H} - \sqrt{P_{H,пор}^{(-)}} \right)^2$$

17 частина 1

Теоретична межа спектр. шир. випр. неперерв. одномодового лазера та проблеми її реалізації

Поле моди для резонатора:

$$E = E_0\, U(\vec{r}) \exp\left[-\frac{t}{2\tau_p} - i\omega_м t\right] \Rightarrow \Delta\omega_м = \frac{1}{\tau_p}$$

Поле лазера:

$$E_{лазера} = E_0\, U(\vec{r}) \exp[-i\omega_м t] \Rightarrow \Delta\omega_м = 0$$

Важко визначити ширину моди.

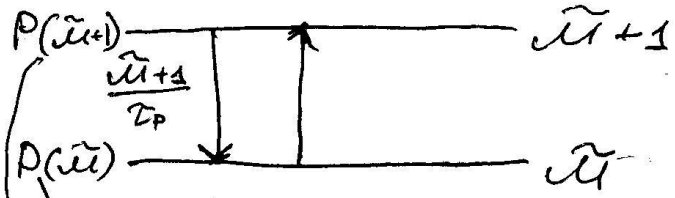
Ми пов. знати імов. того, що в даний мом. присутня певна к-ть фотонів.

Розподіл Пуассона:

$$P(\tilde{M}) = \exp[-\tilde{M}_{сер}] \cdot \frac{\tilde{M}_{сер}^{\tilde{M}}}{\tilde{M}!} \qquad \tilde{M} = \tilde{m} V_L.$$

Цей розподіл справедливий, коли ми ігноруємо спонтанне випром.

Розгл. 2 стани лазера:



При стаціон ситуації к-ті переходів рівні.

імовірності реаліз. певного стану.

Швидкість переходу: $\frac{d\tilde{m}}{dt}$ або $\frac{d\tilde{M}}{dt}$

Шв. переходу з $\tilde{M}+1$ на $\tilde{M}$: буде $\frac{\tilde{M}+1}{\tau_p}$

З $\tilde{M}$ на $\tilde{M}+1$: $\tilde{B}\tilde{n}_м\tilde{M}$.

$$\frac{d\tilde{n}}{dt} = -\tilde{B}\tilde{n}\tilde{m} + P_н$$

Домножимо на V_L:

$$\frac{d\tilde{M}}{dt} = -\tilde{B}\tilde{n}_м\tilde{M} + P_н V_L = 0$$

коли стаціонарний стан.

$$\tilde{N}_м = \frac{P_н V_к}{\tilde{B}\tilde{M}}$$

Прирівняємо обидва процеси.

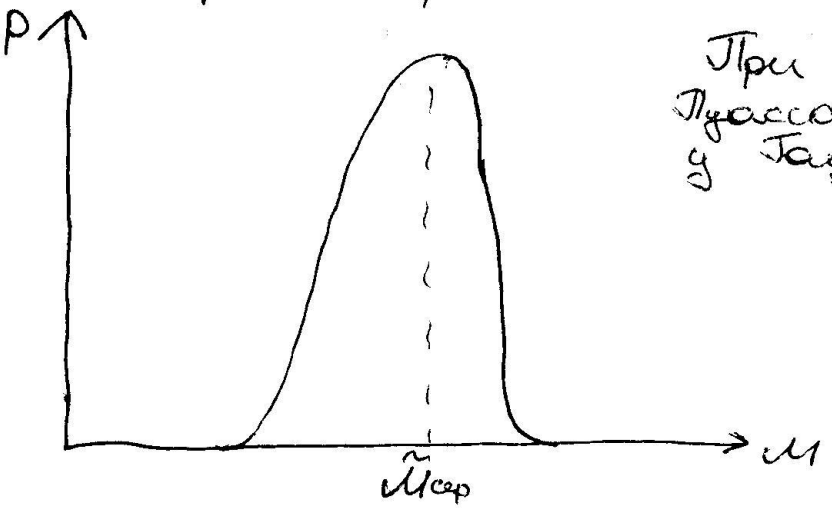
$$P(\tilde{M}+1)\cdot\frac{\tilde{M}+1}{\tau_р} = P(\tilde{M})\tilde{B}\frac{P_н V_к}{\tilde{B}\tilde{M}}\tilde{M}$$

$$P(\tilde{M}+1)\frac{\tilde{M}+1}{\tau_р} = P(\tilde{M})P_н V_к$$

$$\sum_{\tilde{M}=0}^{\infty} P(\tilde{M}) = 1$$

} Звідси отр. розподіл Пуассона

$$\tilde{M}_{сер} = P_н V_к \tau_р$$



При $M \to \infty$ Пуассон переходить у Гаусса.

Дисперсія розп. Пуассона:

$$D = \sigma^2 = \tilde{M}_{сер}$$

Сер. кв. відхилення: $\sigma = \sqrt{\tilde{M}_{сер}}$

Зв'яжемо енергію поля в резонаторі з к-тю фотонів.

$$\frac{1}{2}\varepsilon_0 \bar{E}_0^2 = \tilde{N}_{сер} h\nu = \tilde{M}_{сер}\frac{h\nu}{V_к}$$

(→ одиниця енергії ел.м. поля)

$$\bar{E}_0 = \sqrt{\frac{2h\nu}{\varepsilon_0 V_к}\tilde{M}_{сер}}$$

$\sigma = \sqrt{\tilde{M}_{сер}}$

Фуктуації поля $\Delta\bar{E}$, оцінимо їх:

$$\Delta\bar{E} = \bar{E}_0(\tilde{M}_{сер} + \sqrt{M_{сер}}) - \bar{E}_0(\tilde{M}_{сер} - \sqrt{M_{сер}})$$

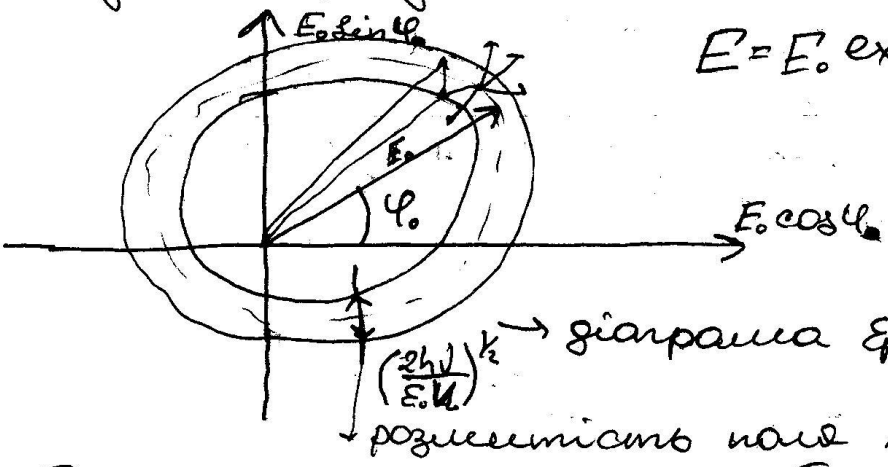
$$\Delta E_0 = \sqrt{\frac{2h\nu}{\varepsilon_0 V_L}}\left[\sqrt{\tilde{M}_{сер} + \sqrt{M_{сер}}} - \sqrt{\tilde{M}_{сер} - \sqrt{M_{сер}}}\right]$$

$$\Delta E_0 = \sqrt{\frac{2h\nu}{\varepsilon_0 V_L}}\sqrt{M_{сер}}\left[\sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt{M_{сер}}}} - \sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{M_{сер}}}}\right]$$

$$\Delta E_0 = \sqrt{\frac{2h\nu}{\varepsilon_0 V_L}}\sqrt{M_{сер}}\left[1 + \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{M_{сер}}} - 1 + \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{M_{сер}}}\right]$$

$$\Delta E_0 \simeq \sqrt{\frac{2h\nu}{\varepsilon_0 V_L}} = \underbrace{E(\tilde{M}_{сер} = 1)}_{\text{Поле внаслідок 1 фотона}}$$

Фаза поля є невизначеною. Щоб описати все одрази викор. комплексну площину.



$E = E_0 \exp[-i\varphi_0]\exp[-i\omega_n t]$

→ діаграма Ерченда

розмитість поля ΔE

Рух фотону схожий на броунівський рух. Спонтанні фотони намагаються змінити фазу нашого поля.

$\frac{\tilde{M}}{\tau_p}\Delta t = N_{сим}$ Швидкість утвор. фотонів.

$$P_л = \frac{\tilde{M} h\nu}{\tau_p}$$

К-ть спонтанних фотонів виник. при $\tilde{M}=1$: $N_{сп} = \frac{\Delta t}{\tau_p}$

Якщо в поч. момент $\varphi_0 = 0$, тоді $\cos\varphi_0 = 1$

$\overline{\cos\varphi_0} = \exp\left[-\frac{1}{\tau_p}\frac{\Delta t}{4\tilde{M}_{сер}}\right]$ Сер. знач. $\cos$

$\Delta\omega_1 = \frac{1}{2\tau_p \tilde{M}_{сер}}$ Ширина когерентності

Пот-ть лазера $P_1 = \frac{\tilde{M}_{сер} h\nu}{\tau_p}$

$\tilde{M}_{сер} = \frac{P_1\tau_p}{h\nu}$, тоді

$\Delta\omega_1 = \frac{h\nu}{2\tau_p^2 P_1}$; $\tau_p = \frac{1}{\Delta\omega_м}$

$\Delta\omega_1 = \frac{h\nu(\Delta\omega_м)^2}{2P_1}$ Ширина лінії генерації лазера.

$\Delta\nu_1 = \frac{\pi h\nu(\Delta\nu_м)^2}{P_1}$

→ Це наз. Співвідношення Шавлова-Таунса

Оцінимо, нехай

$P_1 = 1$ мВт; $\Delta\nu_м = 10$ МГц, не враж. дифракційні втрати

$R_1 = 1$; $R_2 = 0{,}9$; (N1)

$L = 25$ см

$\Delta\nu_1 = 0{,}1$ Гц

$\frac{\Delta\nu_1}{\nu_1} = 2\cdot 10^{-16}$

Запишемо частоту лазера $\nu_л = \frac{c}{2L} l$ — індекс моди

$$|d\nu_л| = \left|\frac{c}{2L^2} l\, dL\right| = \left|\frac{\nu_л}{L} dL\right|$$

$* K \cdot L = \pi l = \frac{2\pi}{\lambda} L *$ ($l=2$)

$$\frac{d\nu_л}{\nu_л} = \frac{dL}{L} \overset{?}{=} 2\cdot 10^{-16}$$

→ треба вимагати, щоб це було рівним, тоді

$L = 1$ м

$dL = 2\cdot 10^{-16}$ м

↑ зміна довж. резонатора.

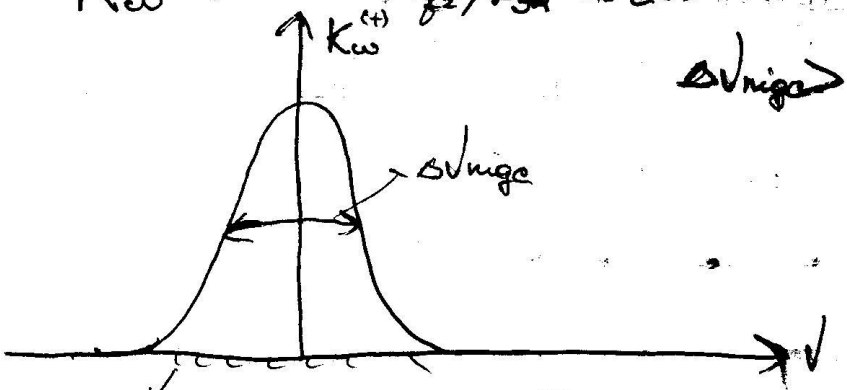
Причини виник. багатомодової генерації. Конкуренція мод.

Проблема виникає з поздовжніми модами. (l 00 ТЕМ$_{l00}$). Де індекси μ і $\eta \neq 0$ то їх легко пригнітити (наприклад за допомогою діафрагми). І у нас залиш. тільки ТЕМ$_{l00}$. Ми хочемо, щоб l було задане, а не якийсь набір $(l, l+1, l-1)$...

Коеф. підсил. має велику спектр. ширину $\Delta\nu_л$.

$$K_\omega^{(+)} = \left(n_3 - n_2 \frac{g_3}{g_2}\right) B_{32}\, g_{23} \frac{h\nu}{c}$$

$$\Delta\nu_{підс} > \Delta\nu_e = \frac{c}{2L}$$



тут вкладено багато мод і всі вони утв. генерацію.

Все залеж. від того, яким є контур: Однорідним – у всіх атомів однакові контури підсилення, якщо це не так, то контури неоднорідні.

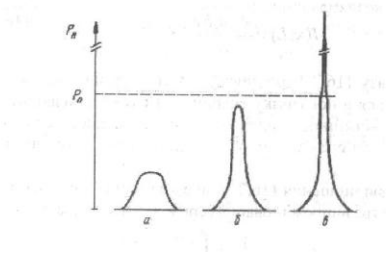
18. Конкуренція мод у лазері. Причини виникнення багатомодової генерації.

Чому лазер може генерувати багато мод? Тому, що $\Delta\nu_l << \Delta\nu_g$, де $\Delta\nu_l$ - міжмодова відстань.

По-різному відбуваються процеси в залежності від того чи спектральна лінія є однорідно розширеною або неоднорідно розширеною: -однорідна- всі частинки мають однаковий контур, -неоднорідна- сумарний контур, який утворюється квантовими системами, в яких частинки мають різні контури.
Розглянемо спочатку **однорідний контур**:

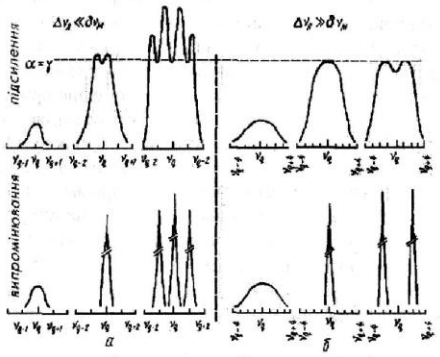
Якщо рівень накачування забезпечує виконання порогової умови ($K^{(+)}\omega_{пор.} = K^{(+)}\omega_{ст.} = K_\gamma$), то виникає генерація. При цьому підсилення в активному середовищі на частоті генерації стабілізується і при подальшому зростанні накачування не змінюється. У випадку однорідно уширеної смуги люмінесценції підсилення виявляється стабілізованим у межах всієї смуги. Тому, якщо генерація відбувається на моді резонатора, яка відповідає частоті максимуму смуги люмінесценції, то інші типи коливань у генерацію вийти не можуть. При цьому напівширина спектра генерації обумовлена шириною моди резонатора (якщо $\Delta\nu_p > \Delta\nu_{c\Lambda}$) і не змінюється зі зростанням накачування.

На **рис** схематично показано розглянуті вище зміни спектра випромінювання активного елемента від рівня накачування для самої високодобротної моди: а) люмінесценція, б) суперлюмінісценція, в) генерація (має місце одночастотна генерація одномодова). Видно, що виникнення генерації характеризується появою дуже вузької лінії на фоні смуги спонтанного випромінювання. Збільшуючи накачку-збільшуємо висоту, досягаючи порогового значення-збільшуємо ще-буде підвищуватися потужність, а контур вже не змінюється.



Для неоднорідно уширеної смуги люмінесценції стабілізація підсилення на частоті якої-небудь моди резонатора, взагалі кажучи, не призводить до стабілізації підсилення на інших модах.

Для частот, віддалених від моди генерації більш, як на однорідну ширину активних центрів, підсилення зростає зі збільшенням накачування до того часу, поки не виконуються порогові умови генерації на моді з цією частотою, після чого підсилення стабілізується і на цій частоті. Такий процес може продовжуватися до виходу в генерація мод резонатора, які лежать у межах всієї смуги люмінесценції робочого переходу (багаточастотна генерація). На **рис...а)** показано поведінку коефіцієнта підсилення і спектра випромінювання для випадку, коли однорідна ширина активних центрів менша міжмодового інтервалу.(це реалізується в He-Ne лазері). Другий граничний випадок на **рис ....б**, однорідна ширина активних центрів перевищує міжмодовий інтервал, що характерно для скла активованого неодимом. Із збільшенням $P_н$ буде збільшуватися к-сть мод. Багато мод за рахунок різних частинок. В Не-неоновому лазері за рахунок ефекту Доплера. Генерація двох мод, симетрично розташованих відносно максимуму смуги люмінесценції, нестійка. Більш потужна мода пригнічує слабшу. Початкова різниця в потужності мод може обумовлюватися різними значеннями коефіцієнту відбиття від дзеркал і деякими іншими факторами.



Тому відповідною зміною бази резонатора і коефіцієнтів відбиття від дзеркал можна придушити частину мод, підсилюючи при цьому інші. Таким чином можна керувати модовим складом генератора.

Оскільки стояча хвиля в резонаторі утворена двома зустрічними хвилями, то кожна з цих хвиль буде взаємодіяти з різними групами активних рухливих центрів. У випадку коли частота моди не збігається з частотою активного центру, то хвиля, що біжить вправо буде взаємодіяти з центрами, які рухаються вправо(і навпаки). Це призводить до виникнення двох провалів на контурі смуги люмінесценції, симетрично розташованих відносно її максимуму. Це явище отримало назву – ефект випалювання.

Якщо частота моди збігається з частотою активного центру, то існує лише одна група центрів, які беруть участь у процесі підсилення. В цьому випадку вигорання відбувається тільки в центрі кривої підсилення-лембівський провал. Оскільки величина лембівського провалу дуже мала, то його положення фіксується досить точно. Тому його використовують для стабілізації частоти лазера.

За наявності декількох мод, їх вузли і пучності не збігаються і тому інверсна населеність у вузлах однієї моди є джерелом для другої. Це також є причиною виникнення багатомодової генерації.

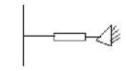
19. Резонатори для одночастотної генерації та перестроювання частоти лазера.

$K_\gamma = f(V)$ В лазер вводять додаткові елементи для того, щоб добитися одночастотної генерації

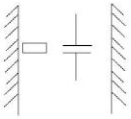
$\Delta V_{підс.} = \Delta V_g >> \Delta V_c$ Нам потрібно боротися з цим. Дифракційні втрати визначаються числом Френеля: $N = \frac{a^2}{L\lambda}$, зменшуючи N, тобто поставивши діафрагму, ми можемо виділити одну моду окремо:

можемо виділити основну моду.

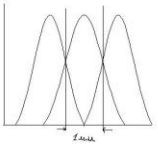
Друга мода має вже два максимуми: Поставивши діафрагму шириною 1 мм. можемо виділити 1 моду. Щоб виділити в резонаторі одну повздовжню моду, треба побороти співвідношення $K_\gamma = f(V), \Delta V_g >> \Delta V_c$.Нам потрібна зворотна умова $\Delta V_c >> \Delta V_{підс.}$.Ми знаємо: $\Delta V_c = \frac{c}{2l} > \Delta V_{підс.}$, можемо змінити лише довжину резонатора, тобто $L > \frac{c}{2\Delta V_{підс.}}$, $\Delta V_{підс.}$=1,5 Гц. Таким чином L<10 см(He-Ne). В неодимовому лазері $\Delta V_{підс.}$=150 Гц, L=1 мм. Такі резонатори бувають лише у н/п лазерах. Тоді, цей метод виявляється неефективним. Як зняти таке протиріччя? Тобто, як створити такий резонатор, щоб відстань між модами була більша і резонатор довший?



Вводимо у резонатор *еталон Фабрі-Перо*:



Умова проходження випромінювання через еталон: $m\lambda_f = 2n_f d\cos\theta = m\frac{c}{V_f}$, де n_f - показник заломлення інтерферометра. Область дисперсії еталона: $\Delta v_f = m\frac{c}{2n_f d\cos\theta}$. Отже, $v_f = m\Delta v_f$

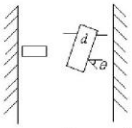


роблячи інтерферометр тоненьким, ми збільшуємо інтервал між модами.

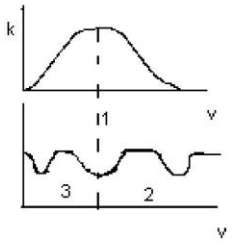
Які умови мають виконуватися, щоб лазер генерував, маючи в собі інтерферометр?

1) $m\Delta v_f = l\Delta v_l; (v_f = v_l)$,

2) відстань v_f буде більша ніж $v_{підс.}$ $\Delta v_f > \frac{1}{2}\Delta v_{підс.}$,



3) $\delta v_f = \frac{c}{2n_f d\cos\theta}\pi\sqrt{R}(1-R) < \Delta v_l$, апаратна функція інтерферометра.

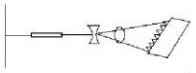


Намалюємо коефіцієнт підсилення в залежності від частоти, а також функцію пропускання інтерферометра.

Першу умову досягти легко, другу умову можна забезпечити підбором товщини інтер-ра, третя умова досягається підбором коефіцієнта відбиття дзеркал. Коли контур підсилення дуже великий, інтерферометр не вирішує цих проблем. Як правило, в лазерах використовується попередня селекція мод.

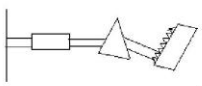
Резонатор з призмою. Суміщають з дзеркалом призму, наносячи на призму дзеркало: схема Літрова:

В багатьох випадках призми недостатньо тому, додають гратку замість дзеркала.



р.з. гратки: $\frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN$, де N-кількість штрихів гратки (заг), m- порядок дифракції=1,2....

Нам треба розташувати на осі резонатора певний порядок дифракції для цього використовуємо телескопічну систему - тобто дві лінзи:



Але нам не потрібно розкладати пучок в двох напрямках, нам потрібно розглянути пучок в одному напрямку, для цього використовують схему:

Це призмова телескопічна система, призма стоїть під кутом Брюстера.

20. Перехідний процес встановлення стаціонарного режиму роботи лазера. Вільна генерація.

безрозмірні величини

Рівняння Стаці де Марса



$$\frac{dn}{dt} = w - n(m+1) \qquad \tau = \frac{t}{\tau_c} \qquad G = \frac{\tau_c}{\tau_p}$$

$$\frac{dm}{dt} = Gm(n-1)$$



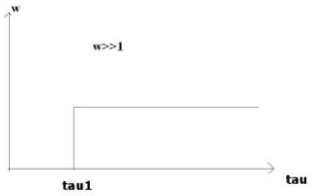
Де τ_c – час життя частинки на рівні де відбуваються спонтанні переходи τ_p – час життя фотона в резонаторі

$$\tilde{n}_{пор} = \tilde{n}_{ст} = \frac{1}{B\tau_p} \Rightarrow n_{пор} = n_{ст} = 1$$

$$P_{н,пор} = \frac{1}{\tilde{B}\tau_p\tau_c} \Rightarrow w = 1$$

$$\tilde{m}_{ст} = (P_н - P_{н,пор})\tau_p \Rightarrow m_{ст} = w - 1$$

$$n_{ст} = 1 \qquad w_{пор} = 1 \qquad m_{ст} = w - 1$$

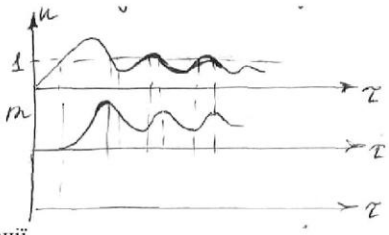


Після подачі такої накачки, m невелике тому не впливає на півень інверсії (немає генерації). Отже спочатку інверсія визначається тільки накачкою $\frac{dn}{dt} = w$ яка зростає лінійно $n = w\tau$. Норостає лінійно інверсія. Для наростання концентрації фотонів

$$\frac{dm}{m} = G(n-1)d\tau = G(N\tau - 1)d\tau$$

$$m = m_0 \exp(\frac{G\tau^2 w}{2})$$

Концентрація фотонів через деякий час при досягненні деякого порогового рівня почне стрімко експоненційно зростати. Накачка постійна, згодом це діє на саму інверсію. При досягненні $n_{пор} = 1$ починає розвиватися генерація по exp, обмежує наростання інверсії Як тільки n=1 спадає m.



$m_{макс}$ **при** $\frac{dm}{d\tau}=0$ **а це буде при** $n = 1$

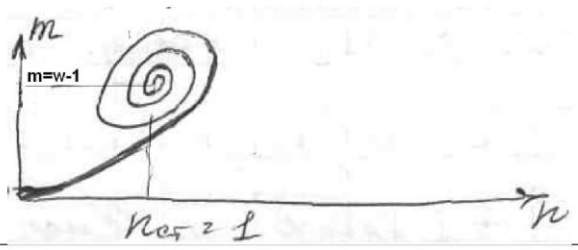
з рівняння $\frac{dm}{d\tau}=(n-1)m$

$$\frac{dm}{dn} = \frac{Gm(n-1)}{w - n(m+1)}$$

Тут немає часу затухання. Лазер виходить на стаціонарний режим генерації

Вільна генерація

Рубіновий лазер ніколи не переходить в стаціонарний режим через деякі збурення, які відновлюють затухаючі коливання. Якщо лазер не переходить в стаціонарний режим то такий режим називається режимом вільної генерації.



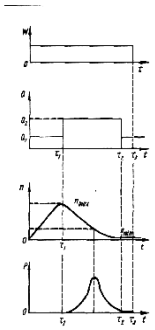
21.Лазери з модуляцією добротності резонатора. Методи модуляції добротності.

У режимі вільної генерації енергія та потужність окремого пічка не дуже великі – порядку 0,01-0,1 Дж і кількох кіловат. Підвищуючи накачування, можна лише незначно збільшити ці параметри випромінювання, вони визначаються перевищенням інверсної населенності порогового рівня. Величина ж перевищення цього рівня в режимі вільної генерації незначна. Причиною останнього є поле в резонаторі, яке наростає за короткий час, недостатній для досягнення високого перевищення порогового рівня інверсної населенності. Отже, якщо уникнути наростання поля в резонаторі, можна запасти в активному середовищі велику інверсну населенність. Саме це і покладено в основу функціонування лазерів з модуляцією добротностю резонатора.(генерація гігантських імпульсів).

Принцип роботи лазера в режимі ГІ полягає в тому, що за допомогою відповідного пристрою, можна змінювати добротність резонатора в процесі дії імпульсу накачування. Процес генерації лазера з таким пристроєм полягає в тому, що на початку дії імпульсу накачування добротність резонатора низька. Тому поріг генерації, а отже і порогова інверсія населеності, великі. Це означа, що на метастабільному рівні накопичується частинок значно більше при тому ж накачуванні. Отримавши таким чином максимальну інверсію для низької добротності резонатора, миттєво включаємо пристрій, забезпечуючи високу добротність резонатора. В результаті виникає суттєве перевищення підсилення в лазері над втратами і випромінюється короткий і потужний імпульс світла:

Швидкість відкривання перемикача має бути набагато більшою від швидкості утворення лазерного імпульсу. У протилежному випадку буде генеруватися декілька імпульсів.

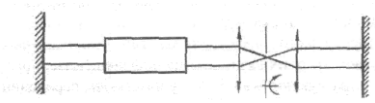
Методи модуляції добротності резонатора поділяються на *пасивні та активні*. До пасивних модулюючих пристроїв відносяться такі, що змінюють добротність р під дією самого поля випромінювання, яке збуджується в всередині резонатора, а до активних – такі, що змінюють величину втрат у резонаторі під дією зовнішнього керування сигналу.



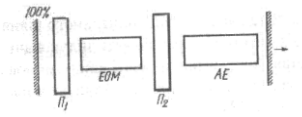
Дія пасивних вимикачів базується на здатності матеріалу змінювати свої оптичні властивості під впливом падаючого на них світла. Прості пасивні вимикачі – плівка з поглинаючого матеріалу, розташована в резонаторі лазера. В певний момент плівка випаровується, відкриваючи розміщене за нею дзеркало. При цьому втрати в резонаторі лазера різко падають і відбувається генерація гі. Недолік – незворотність процесів, що відбуваються.

Тому частіше використовують активні методи модуляції добротності.

Оптико-механічні перемикачі засновано на принципі механічного відкриття глухого дзеркала резонатор у відповідний момент часу. Їх дія заснована на дифракції лазерного пучка на ультразвуковій хвилі.



Дискові перемикачі – металічний диск з одним чи декількома отворами або вирізом у вигляді сектора. Такий диск насаджується на вісь швидкісного двигуна і розташовується в резонаторі поблизу глухого дзеркала.



Електрооптичні перемикачі. Принцип їх дії заснований на використанні ефектів Покельса чи Керра.

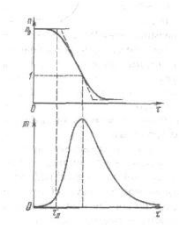
(П1 та П2 – поляризатори , ЕОМ – електрооптичний модулятор, АЕ – активний елемент).

22.Режим генерації гігантських лазерних імпульсів. Зв'язок між параметрами резонатора, тривалістю та амплітудою імпульсів.

Режим генерації гігантських лазерних імпульсів спостерігається в лазерах з модуляцією добротності. Принцип роботи лазера в режимі ГІ полягає в тому, що за допомогою відповідного пристрою, можна змінювати добротність резонатора в процесі дії імпульсу накачування. Процес генерації лазера з таким пристроєм полягає в тому, що на початку дії імпульсу накачування добротність резонатора низька. Тому поріг генерації, а отже і порогова інверсія населеності, великі. Це означа, що на метастабільному рівні накопичується частинок значно більше при тому ж накачуванні. Отримавши таким чином максимальну інверсію для низької добротності резонатора, миттєво включаємо пристрій, забезпечуючи високу добротність резонатора. В результаті виникає суттєве перевищення підсилення в лазері над втратами і випромінюється короткий і потужний імпульс світла:

Розглянемо умови отримання ГІ й основні його характеристики:

почнемо з ідеалізованого випадку миттєвого вмикання добротності, коли перехід зі стану з малою добротністю резонатора до стану з високою добротністю резонатора відбувається миттєво



Тоді на момент часу τ=0 отримуємо активне середовище з високим коефіцієнтом підсилення, яке знаходиться в добротному резонаторі. Експеримент показує, що тривалість усіх інших процесів, які наступають за початковим моментом, набагато менша характерних часів зміни інверсної населеності під дією накачування і за рахунок спонтанних переходів.

Процес випромінювання ГІ описується вкороченою системою рівнянь $\frac{1+M(M+1)\delta^2/3}{1+(M+1)^2\delta^2}=\frac{4M+1}{4M+2}$;

Визначимо тепер енергію ГІ: $\frac{1}{n_o}=(1-e^{-E})/E$, звідси випливає, що для n_o>>1 випромінювальна енергія збігається із збереженою в середовищі, тобто: $E\approx n_o$, а це означає, що інверсною населеністю, яка залишилися можна знехтувати.

Тепер визначимо тривалість ГІ: швидкість наростання переднього фронту більша швидкості спадання заднього. Але оцінка тривалості ГІ, відношення його енергії до пікової потужності, дозволяє визначити нижню межу. Якщо $n_o\to\infty$, то $E\to n, \tilde{m}\to Gn_o$ і, отже, $\tau_u\to\frac{1}{G}$. З ростом n_o крутизна залежності n від τ зростає. Чим вище n_o, тим швидше досягається максимальна величина $\tilde{m}$, але скорочується фронт імпульсу. Це видно вже на лінійному етапі, де стала наростання поля залежить від n_o за законом $[G(n_o-1)]^{-1}$, зменшуючись із ростом n_o. Спад імпульсу відбувається в умовах, коли відсутня інверсна населеність. На спаді імпульсу рівняння, яке описує поведінку випромінювання, набуває вигляду $\frac{dm}{d\tau}=-Gm(1-n_{OCT})$, де n_{OCT} - інверсна населеність на кінці гігантського імпульсу.

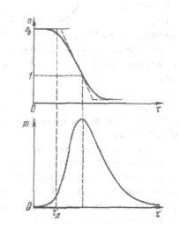
Таким чином, зі збільшенням n_o скорочується фронт гігантського імпульсу. Одночасно скорочується і тривалість спадання, так як зменшується залишкова інверсна населеність. Але, якщо тривалість фронту може скорочуватися необмежено, то тривалість спаду обмежена постійною часу G^{-1}, тобто часом життя фотонів у резонаторі, зумовленим втратами.

22.Режим генерації гігантських лазерних імпульсів. Зв'язок між параметрами резонатора, тривалістю та амплітудою імпульсів.

Режим генерації гігантських лазерних імпульсів спостерігається в лазерах з модуляцією добротності. Принцип роботи лазера в режимі ГІ полягає в тому, що за допомогою відповідного пристрою, можна змінювати добротність резонатора в процесі дії імпульсу накачування. Процес генерації лазера з таким пристроєм полягає в тому, що на початку дії імпульсу накачування добротність резонатора низька. Тому поріг генерації, а отже і порогова інверсія населеності, великі. Це означа, що на метастабільному рівні накопичується частинок значно більше при тому ж накачуванні. Отримавши таким чином максимальну інверсію для низької добротності резонатора, миттєво включаємо пристрій, забезпечуючи високу добротність резонатора. В результаті виникає суттєве перевищення підсилення в лазері над втратами і випромінюється короткий і потужний імпульс світла:

Розглянемо умови отримання ГІ й основні його характеристики:

почнемо з ідеалізованого випадку миттєвого вмикання добротності, коли перехід зі стану з малою добротністю резонатора до стану з високою добротністю резонатора відбувається миттєво



Тоді на момент часу τ=0 отримуємо активне середовище з високим коефіцієнтом підсилення, яке знаходиться в добротному резонаторі. Експеримент показує, що тривалість усіх інших процесів, які наступають за початковим моментом, набагато менша характерних часів зміни інверсної населеності під дією накачування і за рахунок спонтанних переходів.

Процес випромінювання ГІ описується вкороченою системою рівнянь $\frac{1+M(M+1)\delta^2/3}{1+(M+1)^2\delta^2}=\frac{4M+1}{4M+2}$;

Визначимо тепер енергію ГІ: $\frac{1}{n_o}=(1-e^{-E})/E$, звідси випливає, що для n_o>>1 випромінювальна енергія збігається із збереженою в середовищі, тобто: $E\approx n_o$, а це означає, що інверсною населеністю, яка залишилися можна знехтувати.

Тепер визначимо тривалість ГІ: швидкість наростання переднього фронту більша швидкості спадання заднього. Але оцінка тривалості ГІ, відношення його енергії до пікової потужності, дозволяє визначити нижню межу. Якщо $n_o\to\infty$, то $E\to n, \tilde{m}\to Gn_o$ і, отже, $\tau_u\to\frac{1}{G}$. З ростом n_o крутизна залежності n від τ зростає. Чим вище n_o, тим швидше досягається максимальна величина $\tilde{m}$, але скорочується фронт імпульсу. Це видно вже на лінійному етапі, де стала наростання поля залежить від n_o за законом $[G(n_o-1)]^{-1}$, зменшуючись із ростом n_o. Спад імпульсу відбувається в умовах, коли відсутня інверсна населеність. На спаді імпульсу рівняння, яке описує поведінку випромінювання, набуває вигляду $\frac{dm}{d\tau}=-Gm(1-n_{OCT})$, де n_{OCT} - інверсна населеність на кінці гігантського імпульсу.

Таким чином, зі збільшенням n_o скорочується фронт гігантського імпульсу. Одночасно скорочується і тривалість спадання, так як зменшується залишкова інверсна населеність. Але, якщо тривалість фронту може скорочуватися необмежено, то тривалість спаду обмежена постійною часу G^{-1}, тобто часом життя фотонів у резонаторі, зумовленим втратами.

23.Лазери з синхронізацією мод.

В режимі випромінення гігантського імпульсу його тривалість обмежена і не можу бути меншою, ніж час життя фотонів у резонаторі. Але цей висновок справедливий для одно частотного гігантського імпульсу. Якщо ж встановити збудження у резонаторі багатьох повздовжніх мод і забезпечити між ними певні фазові співвідношення, то в сумі вони утворять імпульс, тривалість якого набагато менша від часу пробігу по резонатору.

Дійсно, в досить хорошому наближенні повздовжні моди знаходяться в резонаторі еквідистантно. $\lambda_l = \frac{2L}{l}$; (l - натуральне число) Час проходу резонатора $T = \Delta\nu^{-1} = 2L/c$

Візьмемо якусь кількість мод і запишемо суму полів

$$E = \sum_{n=0}^{M-1} E_0 \cos\left[(\omega_l + n\Delta\omega_l)t + \varphi_u\right] \quad \text{де} \quad \Delta\omega_l = \frac{\pi c}{L}$$

Якщо φ_u для кожної моди своє , то це просто хаотичне поле. Нехай $\varphi_u = const$ то отримаємо геометричну прогресію яку просумуємо:

$$I \square |E|^2 = E_0^2 \frac{\sin^2(M\frac{\Delta\omega_l}{2}t)}{\sin^2(\frac{\Delta\omega_l}{2}t)} \quad \textbf{max коли} \ \sin^2(\frac{\Delta\omega_l}{2}t) = 0$$



в часі йде така послідовність імпульсів

$$\frac{\Delta\omega_l}{2}\Delta t_{повт} = \pi$$

$$\Delta t_{повт} = \frac{1}{\Delta\omega_c} = \frac{2L}{c}$$

Період повторення фіксований, а тривалість залежить від кількості взятих мод, Треба щоб було багато мод , і потрібно їх зфазувати (в одній фазі).

а тривалість імпульсу

$$\sin^2(\frac{M\Delta\omega_l}{2}t) = 0$$

$$\frac{M\Delta\omega_l}{2}\Delta t_{імп} = \pi$$

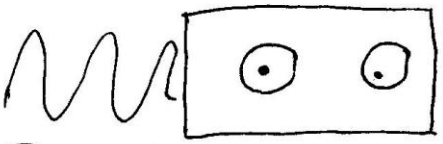
$$\Delta t_{імп} = \frac{1}{\Delta\nu_l M} = \frac{1}{\Delta\nu_{генерації}} = \frac{\Delta t_{повт}}{M}$$

Для того беремо широкий контур підсиленя (неоднорідний наприклад скло леговане) отримуємо багато мод. Треба, щоб не конкурували моди.

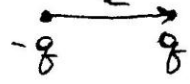
Для забезпечення такого режиму генерації необхідно забезпечити ряд умов. Умова збудження великого числа мод і їх еквідистантність забезпечується використанням резонаторів. у яких немає паразитної селекції мод. У звичайному резонаторі (інтерферометр Фабрі-Перо) паразитна селекція має місце (як правило треба ще враховувати ненульову товщину напівпрозорих дзеркал тощо). Резонатор без селекції мод можна побудувати наприклад так, як показано на рис. Завдяки скосу неактивних поверхонь дзеркал по відношенню осі резонатора під ктом 1-2 градуси і виготовленню активного елемента з торцями, зарізаними під кутом Брюстера. В такій системі виникає багатоходова генерація із спектральною шириною майже рівною напівширені смуги люмінесценції $2\Delta\lambda$. Але багатоходова генерація є необхідною, а не достатньою умовою для описаної генерації. Ще треьа засинхронізувати моди. Цього можна досягнути як активними так і пасивними способами. Активні методи засновані на зовнішній дії на властивості резонатора (наприклад, модуляція втрат чи оптичної довя жини з частотою ω). Пасивні – на використанні фототропних середовищ (фарбники тощо). Зупинимося на активних методах. Модуляція втрат як правило створюється акустичним методом. всередині резонатора на шляху променя розміщується елемент, прозорість якого змінюється в зележності від акустичних стоячих хвиль в ньому. Акустичні хвилі можна створювати за доп. п'єзокристалу. При модуляції оптичної довжини використовується той же принцип, що і у відповідному активному методі модуляції добротності. біля одного з дзеркал розміщують пластинку з такого ж матеріалу, що і саме дзеркало. Ця пластинка за допомогою п'єзаелемента може рухатися туди-сюди відносно поверхні. Але в деякі моменти вона настільки близько підходить до джеркала, Що електро-магніттне поле проходить через межу їх розподілу. У будь-якому випадку частота модуляції повинна співпадати з різницею частот між модами: $\omega = j\Delta\omega$ (j-натуральне число).

Нелінійна поляриз. середов. в зовн. маг. поні. Породж. нових спектрал. компонент.

$\vec{P}$ - поляризація - це є дип. мом 1 V середовища.



Поле, яке падає на середов - змінне, тому змінний і дипольний момент.



$\Rightarrow \vec{d} = q\vec{l}$ - дип. момент.

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

З іншого боку $\vec{P}$ залежить від прикладеного поля.

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \vec{E}$$

$\chi^{(1)}$ - сприйнятливість (поляризовність).

Поле $\vec{E}$ змінна вел. $\Rightarrow$ $\vec{P}$ теож змінна.

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \underbrace{(1 + \chi^{(1)})}_{\varepsilon = n^2} \vec{E}$$

$\rightarrow$ в обл. прозорості, коли відсутнє поглинання.

$\chi^{(1)}$ є тензорною величиною

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \hat{\chi}^{(1)} \vec{E}$$

у тензор 2-го порядку, там елементів $3^2 = 9$ $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$ (4)

$$P_i = \varepsilon_0 \sum_{j=1}^{3} \chi_{ij} E_j$$

Коли поля досить великі, то лін. зв'язок між $\vec{P}$ і $\vec{E}$ не спостерігається, тоді

$$\vec{P} = \underbrace{\varepsilon_0 \chi^{(1)} \vec{E}}_{P^{(L)}} + \underbrace{\varepsilon_0 \chi^{(2)} \vec{E}^2 + \varepsilon_0 \chi^{(3)} \vec{E}^3 + \dots}_{P^{(NL)}}$$

$P^{(L)}$ – лін. поляриз. $P^{(NL)}$ – нелін. поляриз.

2-ий член у $\vec{P}$ відпов. за другу гармоніку. Напр. якщо:

$E = E_0 e^{-i\omega t}$, тоді

$P^{(NL)} = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_0^2 e^{-2i\omega t}$

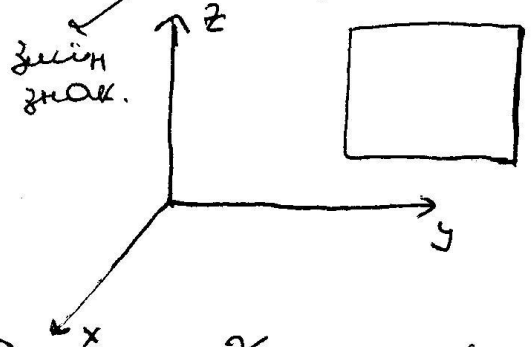
$\hat{\chi}^{(2)}$ – тензор 3-го рангу: $3^3 = 27$ ел-тів

$P^{(2)} = \varepsilon_0 \hat{\chi}^{(2)} \vec{E} \cdot \vec{E}$

$$P_i^{(2)} = \sum_j \sum_k \chi_{ijk} E_j E_k$$

$P_i^{(2)}$ – змін. знак. $E_j E_k$ – не змін. знак

$z \to -z$
$x \to -x$
$y \to -y$



Отже, χ_{ijk} – змінює знак, тоді

$\chi_{ijk} = -\chi_{ijk} = 0 \Rightarrow$ ізотропному середовищі 2-і гармоніки немає.

Як отр. вираз для $\chi^{(2)}$:
є концентр атомів N_a і вони поляриз. під дією поля, Σ - коорд ел-на в сис-мі коорд. пов'яз з ядром. Р-ня для коорд. Σ:

$$\ddot{\Sigma}^{(1)} + \gamma \dot{\Sigma}^{(1)} + \omega_0^2 \Sigma^{(1)} = -\frac{e}{m} E \quad (1)$$

Ми розгл. наш атом як деякий осцилятор, це р-ня має розв'язок:

$$\Sigma^{(1)} = -\frac{e}{m} E \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)} = D(\omega)$$

$$E = E_0 e^{-i\omega t}$$

Дипольний момент: $d = -e\Sigma^{(1)}$
Якщо поле дуже велике, то більше точним є р-ня:

$$\ddot{\Sigma} + \gamma\dot{\Sigma} + \omega_0^2 \Sigma + \beta\Sigma^2 = -\frac{e}{m} E \quad (2)$$

~~Це р-ня в~~ Перше р-ня відповідає параболічній зміні пот-альної ен-ї, а друге не параболічній, а по якомусь іншому закону.
Розв. буде мати вигляд:

$\Sigma = \Sigma^{(1)} + \Sigma^{(2)}$ - підставимо це у р-ня (2).

$$\left(\ddot{\Sigma}^{(1)} + \ddot{\Sigma}^{(2)}\right) + \gamma\left(\dot{\Sigma}^{(1)} + \dot{\Sigma}^{(2)}\right) + \omega_0^2\left(\Sigma^{(1)} + \Sigma^{(2)}\right) +$$

$$+ \beta\left(\Sigma^{2(1)} + 2\Sigma^{(1)}\Sigma^{(2)} + \Sigma^{(2)2}\right) = -\frac{e}{m} E \qquad \Sigma^{(1)} >> \Sigma^{(2)}$$

Підкреслені члени знижуються, оск. це є р-ня (1), тоді

$$\ddot{\Sigma}^{(2)} + \gamma\dot{\Sigma}^{(2)} + \omega_0^2 \Sigma^{(2)} = -\beta\Sigma^{(1)2}$$

$\Sigma^{(2)}$ вважаємо малою, тоді зам. лише $\Sigma^{(1)2}$

$$\ddot{\Sigma}^{(2)} + \gamma \dot{\Sigma}^{(2)} + \omega_0^2 \Sigma^{(2)} = -\beta \frac{e^2}{m^2 D^2(\omega)} E^2$$

це аналогічне тому, що $\Sigma^{(2)}$ осцилює на 2-ій гармоніці.

$$\Sigma^{(2)} = -\beta \frac{e^2}{m^2 D^2(\omega)} E^2 \frac{1}{D(2\omega)}$$

$$D(2\omega) = \omega_0^2 - (2\omega)^2 - i 2\omega\gamma$$

$$E^2 = E_0^2 e^{-2i\omega t}$$

Є член, який змін. із подвійною частотою і від нього можна перейти до квадр. сприйнятливості.

$$P^{(2)} = n_a(-e\Sigma^{(2)}) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E^2$$

$$\chi^{(2)} = -\frac{n_a e \Sigma^{(2)}}{\varepsilon_0 E^2} = \beta n_a \frac{e^3}{m^2 D^2(\omega) D(2\omega) \varepsilon_0}$$

Розгл. кубічну сприйнятливість:

$$P^{(3)} = \varepsilon_0 \chi^{(3)} E^3$$

$$E = \frac{1}{2}\left(e^{-i\omega_1 t} + e^{-i\omega_2 t} + \text{к.с.}\right)$$

у $P^{(3)}$ будуть такі складові із частотами:

$3\omega_1$; $3\omega_2$; $2\omega_1 + \omega_2$; $\omega_1 + 2\omega_2$; ω_1; ω_2.

Хвильове р-ня для нелін. середов.
у наближ. повільно змінних амплітуд.
Будемо вважати, що $\mu = 1$, а $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$
$\vec{j} = 0$ і $\rho = 0$.
Р-ня Максвела:

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{H} = \dot{\vec{D}} \\ \nabla \times \vec{E} = -\dot{\vec{B}} \\ \nabla \cdot \vec{D} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \end{cases}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\nabla \times \dot{\vec{B}} = -\mu_0 \nabla \times \dot{\vec{H}} (=)$$

~~$= -\mu_0 \varepsilon_0 \nabla \times \dot{\vec{D}}$~~

$$(=) -\mu_0 (\nabla \times \dot{\vec{H}}) = -\mu_0 \ddot{\vec{D}}$$

Підставимо знач. $\vec{D}$ через нелін. поляризацію.

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} + \varepsilon_0 \vec{P}^{(NL)}, \text{ тоді}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) + \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon \ddot{\vec{E}} = -\mu_0 \varepsilon_0 \ddot{\vec{P}}^{(NL)}$$

59. Генерація другої оптичної гармоніки. Умова фазового синхронізму.

Хвилі нелінійної поляризації виникають внаслідок взаємодії електромагнітних хвиль з матеріальним середовищем. В силу дисперсії середовища фазова швидкість перевипромінювальної хвилі $E_{\omega_1+\omega_2}$ буде відрізнятися від фазоваї швидкості хвилі поляризації $P^H_{\omega_1+\omega_2}$. Різниця фаз між цими двома хвилями дорівнює: $\Delta\varphi = L(\kappa_{\omega 1+\omega 2} - (\kappa_{\omega 1} + \kappa_{\omega 2}))$. Зі зміною шляху ця різниця фаз може привести як до підсилення перевипромінювальної хвилі, так і до її ослаблення. Таким чином, в нелінійному середовищі виконується енергообмін між вхідним і підсумковими хвилями, в міру їх розповсюдження через середовище. Для того, щоб хвилі накачування постійно передавали свою енергію пере випромінювальній хвилі від час проходження вздовж середовища необхідно , щоб у них різниця фазових швидкостей не змінювалась, зокрема була рівною нулю. Умова незміності фаз між цими хвилями є: $k_{\omega 1+\omega 2} = \kappa_{\omega 1} + \kappa_{\omega 2}$ – Це і є ***умова фазового синхронізму***

Інтенсивність другої гармоніки залежить від інтенсивності накачування і розміру кристалу. $I_{2\omega} = f(I_\omega)$ Це означає що умова фазового синхронізму забезпечує синфазну взаємодію пере випромінювальних хвиль.

$$\begin{cases} \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 = \hbar\omega_3 \\ \hbar\vec{k}_1 + \hbar\vec{k}_2 = \hbar\vec{k}_3 \end{cases}$$

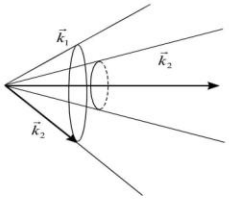
Внаслідок розсіяння із збуджуючого кванта утворюється 2 кванти меншої енергії. За законами збереження: , тому коли
розсіяне світло розділене в конусі по частотам.

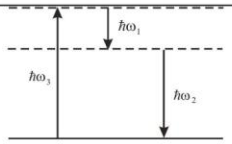
Візьмемо, що кванти з частотами $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ розповсюджуються в одному напрямку. Це реалізується за допомогою резонатора в параметричному генераторі.

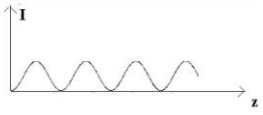
Генерує він тоді, коли квантів з частотами ω_1 і ω_2 народжується більше, ніж втрачається:

$$\begin{cases} \omega_1 + \omega_2 = \omega_k \\ \frac{\omega_1}{c} n_0(\omega_1) + \frac{\omega}{c} n_0(\omega_2) = \frac{\omega_н}{c} n_e(\omega_k) \end{cases}$$

, $\omega_3 = \omega_н$ – накачка.







Щоб забезпечити виконання обох законів збереження використовуються анізотропні кристали. Розв'язок:

$\omega_1 = \frac{\omega_н(n_0(\omega_2) - n_e(\omega_н, \theta))}{n_0(\omega_2) - n_0(\omega_1)}$ $n_0(\omega_2) \geq n_0(\omega_1)$

$\omega_2 = \frac{\omega_н(n_e(\omega_н, \theta) - n_0(\omega_1))}{n_0(\omega_2) - n_0(\omega_1)}$.Розв'язок існує якщо. $n_0(\omega_2) \geq n_0(\omega_н)$ $n_e(\omega_н) \geq n_0(\omega_1)$

При генерації другої гармоніки зникають 2 вихідних фотони монохроматичного випромінювання і народжується фотон вдвічі більшої частоти. Закон збереження енергії $2\hbar\omega_1 = \hbar\omega_3$ і закон збереження імпульсу $2\hbar\vec{k}_1 = \hbar\vec{k}_3$

$\Delta\kappa = 0$, $k_{\omega 1+\omega 2} = \kappa_{\omega 1} + \kappa_{\omega 2}$ – *умова фазового синхронізму*

Отже, показники заломлення мають співпадати, показники заломлення залежать від частоти , тому виконати таку умову важко. Але її можна виконати застосувавши кристал.

$2\kappa_\omega = \kappa_{2\omega}$ $2\frac{2\pi}{\lambda_\omega} = \frac{2\pi}{\lambda_{2\omega}}$

$\lambda_{2\omega} = \frac{\lambda_\omega}{2}$

$\frac{2n_\omega}{\lambda_{\omega,вакуумі}} = \frac{1n_{2\omega}}{\lambda_{2\omega,вакуум}}$ $n_\omega = n_{2\omega}$